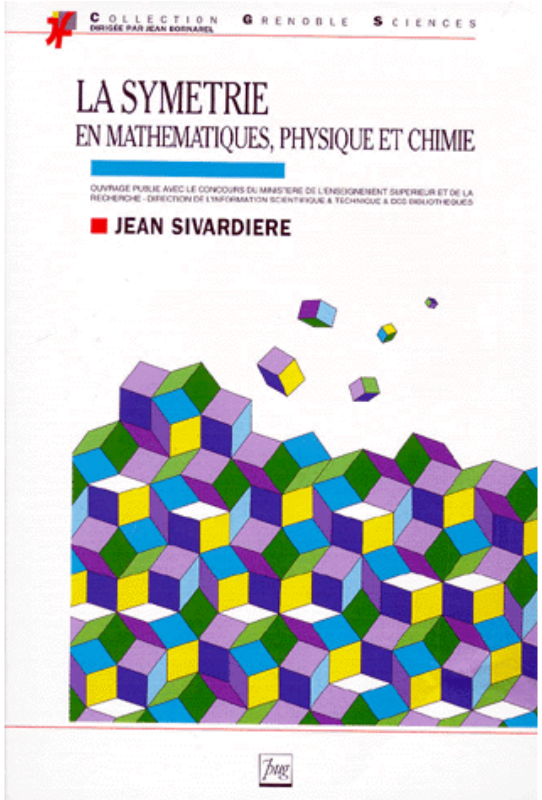
Symétries et Groupes

Références du cours



- "PowerPoint" de Michel Gauthier de Ecole de cristallographie 2008
- Cours de Sylvain Ravy : "Structure de la matière condensée" Master M2 Physique de la matière condensée

"La symétrie" de Jean Sivardière , Presses Universitaires de Grenoble 1995.

Citation de Paul Valéry : "Il n'y a pas de choses simples, mais il y a une manière simple de voir les choses"

Etudier les symétries :
pourquoi et quel intérêt ?

- Classification des structures cristallines

- Simplifier la résolution de nombreux problèmes

- Prédire l'existence ou non de phénomènes

Etudier les symétries : pourquoi et quel intérêt ?

Principe de Curie

L'importance à l’étude des symétries est contenu dans le principe de Curie qui stipule que :

"Les effets sont au moins aussi symétriques que la cause qui les a engendrés"

Symétries et Groupes

But du cours

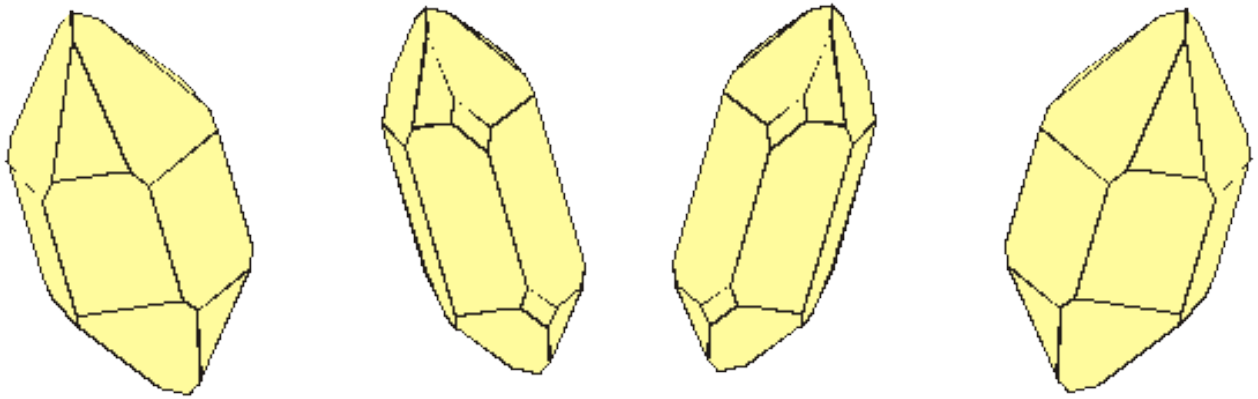
Familiarisation avec les termes et les conventions employés dans ce domaine

Permettre de reconnaître rapidement les propriétés de symétrie des cristaux

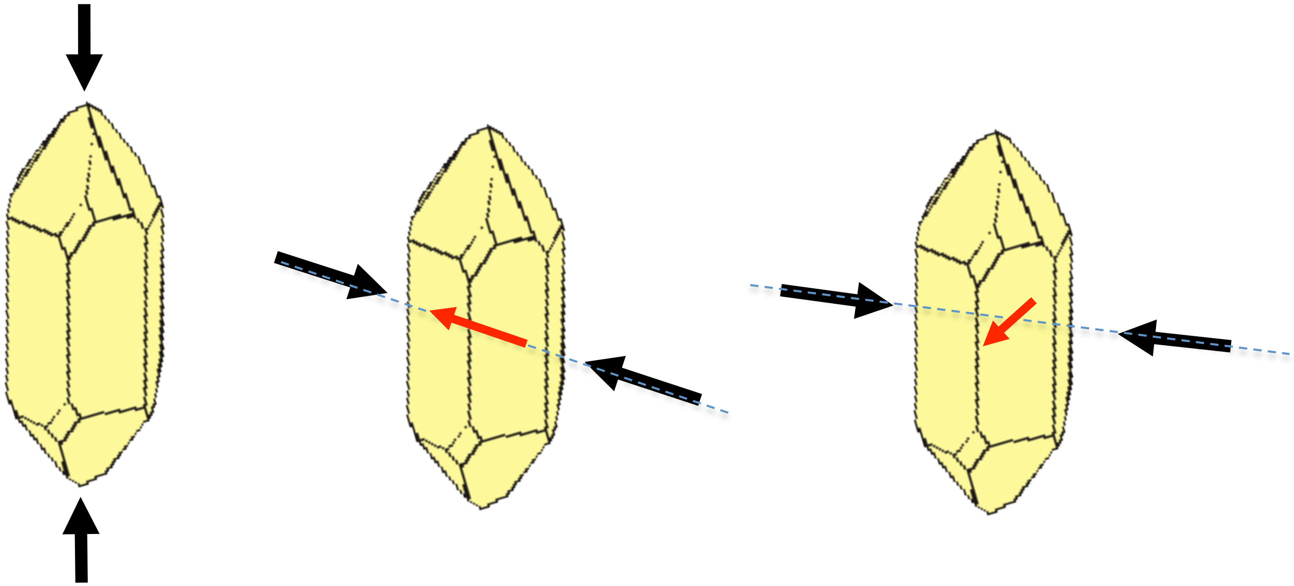
Appréhender la lecture des tables internationales de cristallographie ….
…. et en tirer les conclusions qui vous intéressent

Exemple le quartz

Groupe d'espace : $P3_121$ ou $P3_221$



Piézoélectricité



Symétries : définition

Opérations de symétrie

C'est une opération qui transforme un objet en un objet superposable (**isométrie directe**) ou superposable à son image dans un miroir (**isométrie inverse**)

Les rotations autour d'un axe, les translations, les combinaisons de ces opérations conservent le sens du trièdre des axes de références. Ce sont des isométries directes.

Les symétries par rapport à un plan ou par rapport à un point sont des isométries inverses. Elles changent le sens du trièdre de référence.

Deux types d'opération de symétries

Symétries d'orientation :
- Agissent sur des directions (vecteurs)
- Propriétés macroscopiques

rotations
réflexions
l'inversion
inversions rotatoires
réflexions rotatoires

➔ 32 groupes ponctuels (classes de symétrie des systèmes cristallins)

Symétries de position :
-Agissent sur des positions (points)
-Propriétés microscopiques

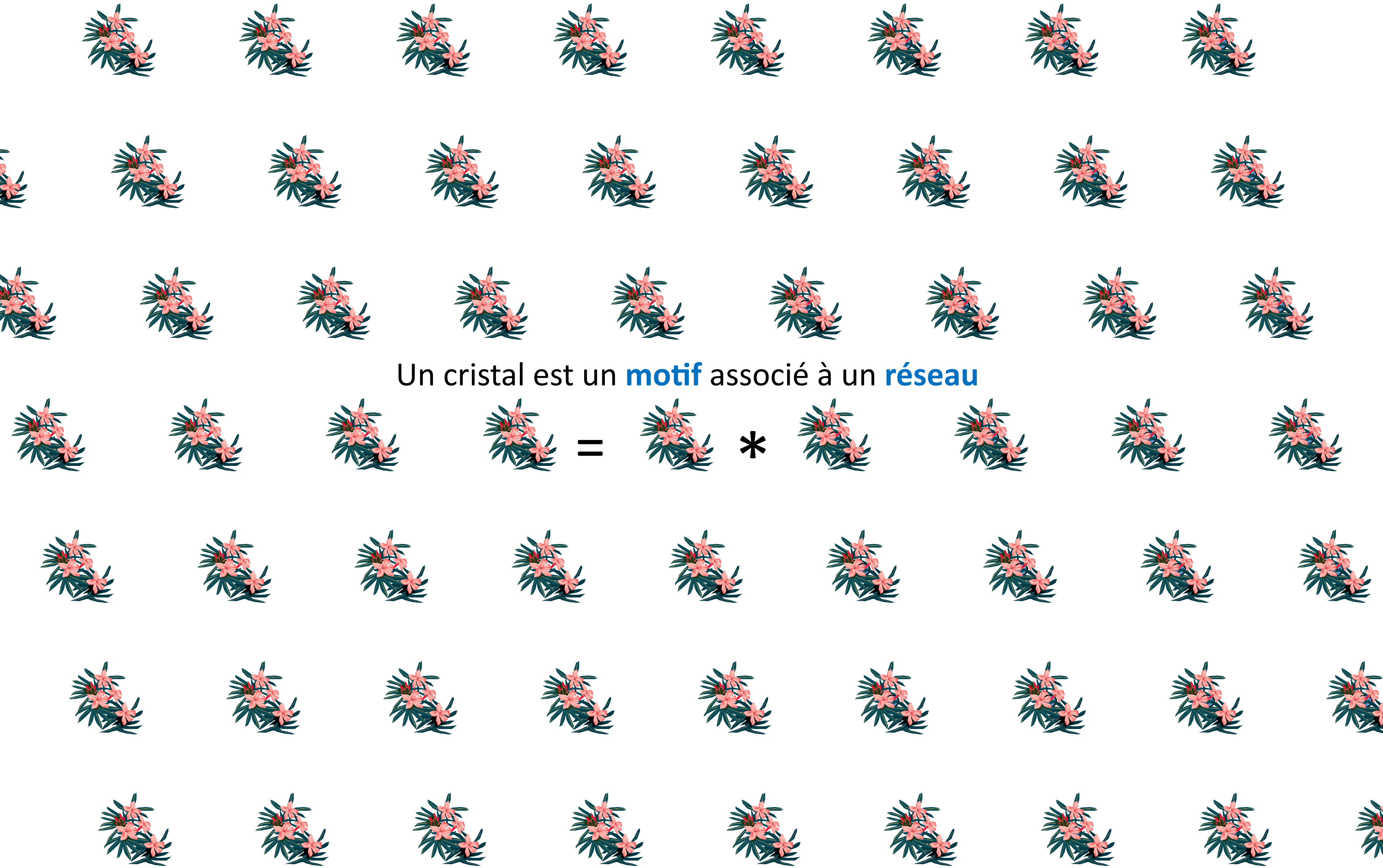
....
translations
axes hélicoïdaux
miroirs à glissement
....

➔ 230 groupes d'espace des systèmes cristallins

Milieu cristallin : définition

- Le milieu cristallin peut être défini comme **la répétition infinie et périodique**, suivant trois directions de l'espace (non parallèles et non coplanaires), **d'un groupe d'atomes.**

- > Le groupe d'atomes qui engendre le cristal est appelé le **motif.**
- > **L'ensemble des translations** représentant les répétitions du motif définit le **réseau** du cristal.


Un cristal est un **motif** associé à un **réseau**
=
*

Réseau et maille

- Le réseau représente donc l'ensemble des translations laissant le cristal invariant. On le représente par un ensemble de points n_{uvw} (appelés nœuds) tel que :

$$\mathbf{R}_{uvw} = \mathbf{On}_{uvw} = u\mathbf{a} + v\mathbf{b} + w\mathbf{c}$$ est une translation du cristal (**vecteur**)

  u,v,w sont des entiers relatifs

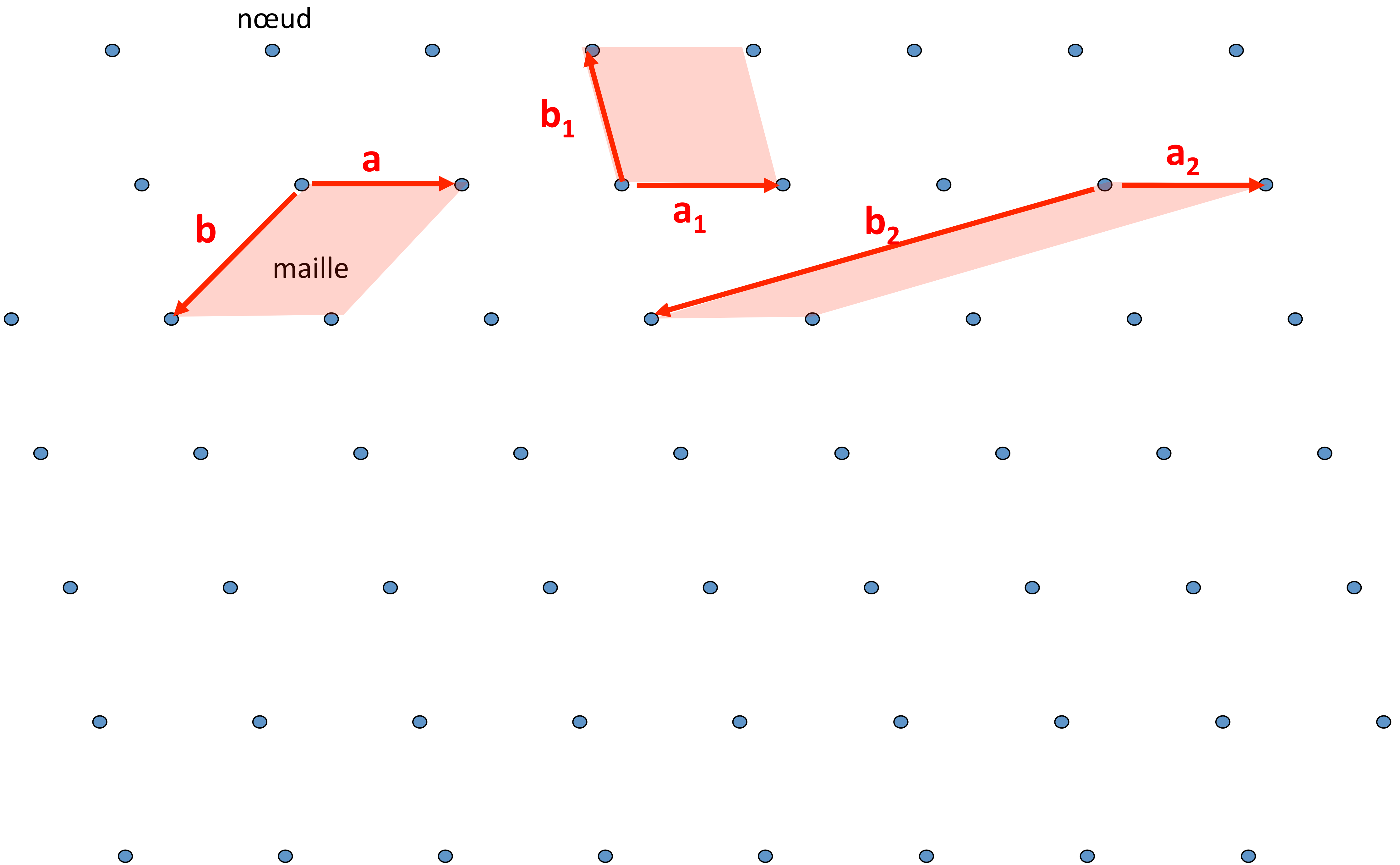
  a,**b** et **c** sont des translations élémentaires (suivant les trois directions de l'espace non parallèles et non coplanaires).

- Chaque nœud du réseau a un environnement identique. Il y a invariance par translation du réseau.

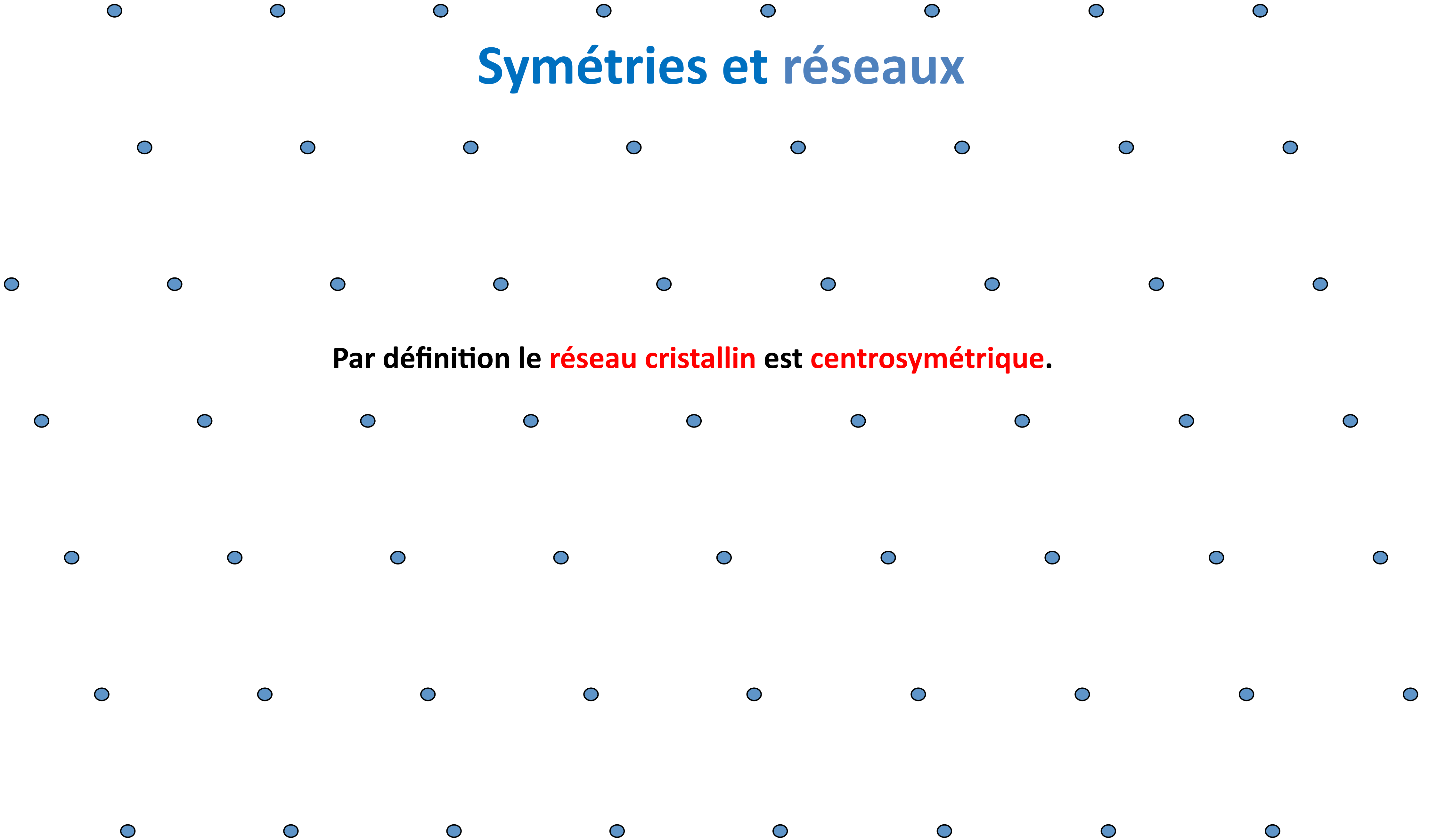
- Le parallélépipède construit sur **a**,**b** et **c** représente une maille du cristal. L'espace est rempli par des mailles identiques juxtaposées.

  Volume d'une maille élémentaire : $V=|(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c})|=\mathbf{a}.(\mathbf{b}\wedge\mathbf{c})$

- **Le choix des vecteurs de base n'est pas unique.**
- **Par convention on choisit la représentation la plus simple et surtout celle qui met le mieux en évidence les propriétés de symétrie du réseau.**


nœud
a
b
maille
b_1
a_1
a_2
b_2

Symétries et réseaux

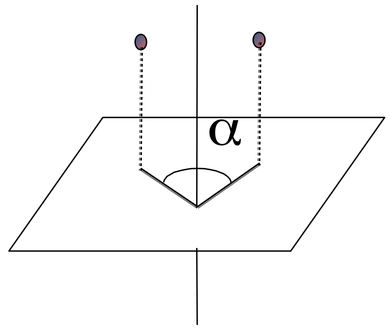


Par définition le réseau cristallin est centrosymétrique.

Symétries d'orientation compatibles avec les réseau 3D

- Symétries directes

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

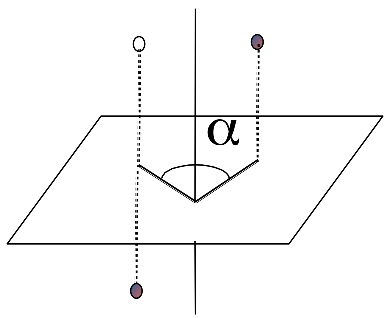


Rotation d'angle α

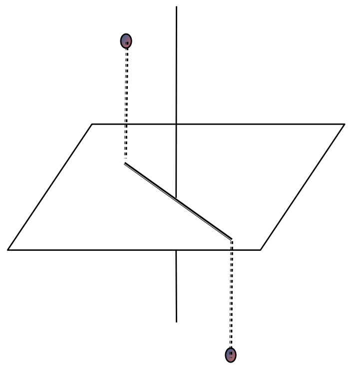
- Symétries inverses

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

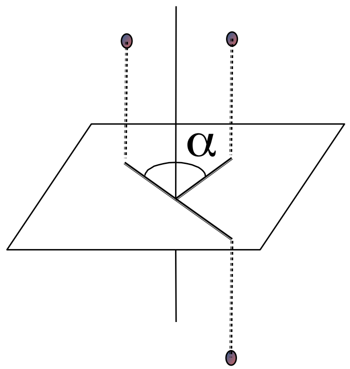
$$\begin{pmatrix} -\cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & -\cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



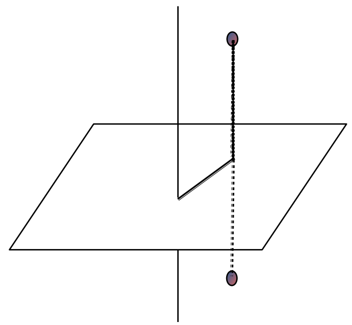
Réflexion rotatoire d'angle α



Inversion

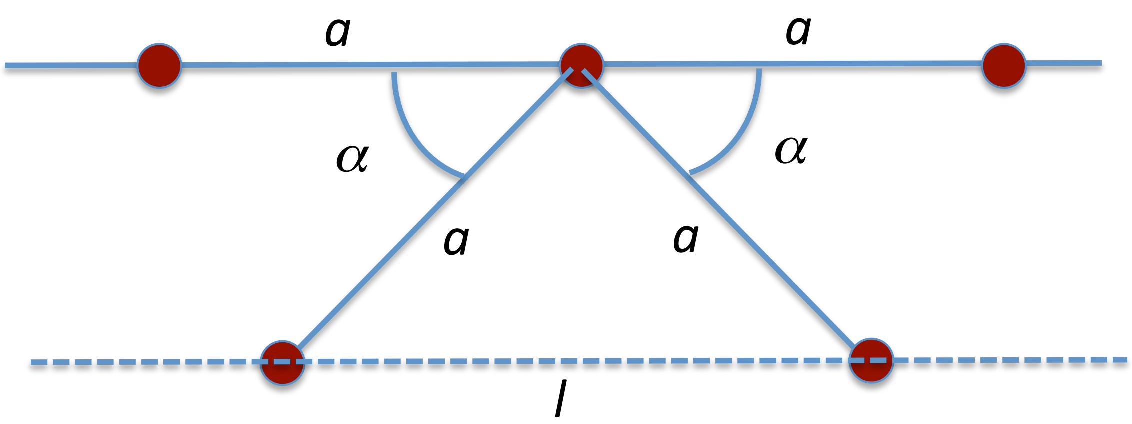


Inversion rotatoire



Réflexion

Symétries et réseaux



$$l = 2a - 2a\cos(\alpha) = m\,a$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha) = p/2$$

Seules valeurs acceptables :

p	$\cos\alpha$	α	$n=2\pi/\alpha$
-2	-1	π	2
-1	-0,5	$2\pi/3$	3
0	0	$\pi/2$	4
1	0.5	$\pi/3$	6
2	1	0	1

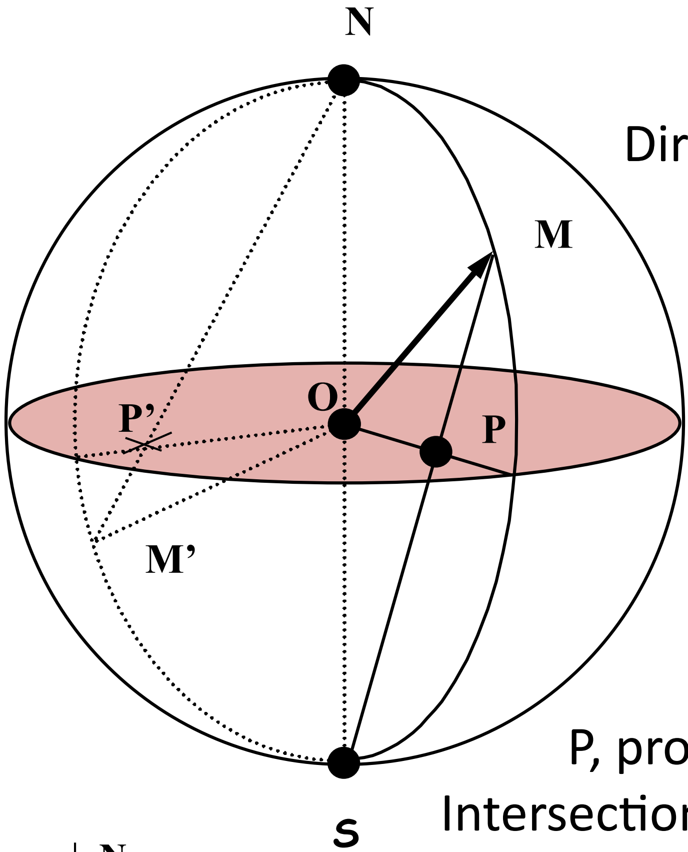
Symétries et réseaux

Seules les rotations d'ordre 1, 2, 3, 4, 6
sont compatibles avec les réseaux cristallins

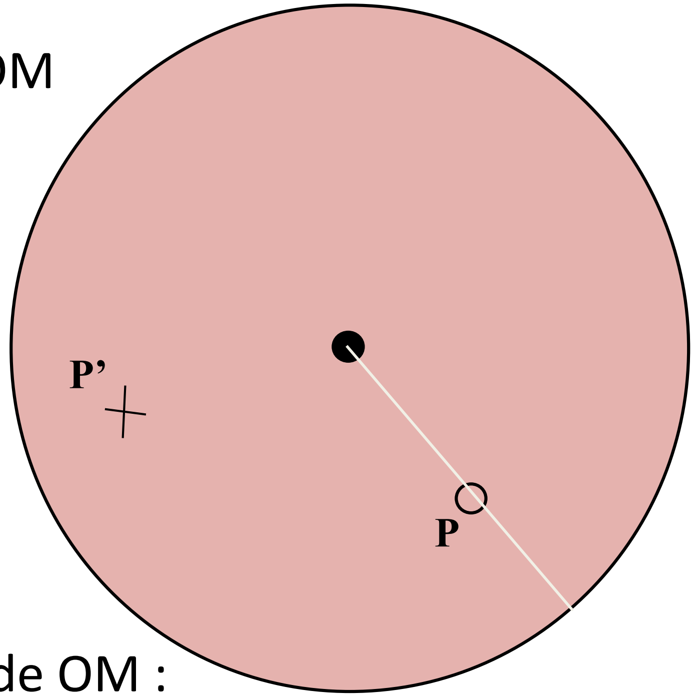
- Rotations (isométries directes)
  - Axes 1, 2, 3, 4 et 6
    - ➔ rotations $2\pi/1$, $2\pi/2$, $2\pi/3$, $2\pi/4$ et $2\pi/6$

- Roto-inversions (isométries inverses)
  - Axes $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$ et $\bar{6}$
    - ➔ rotations propres suivies d'une inversion

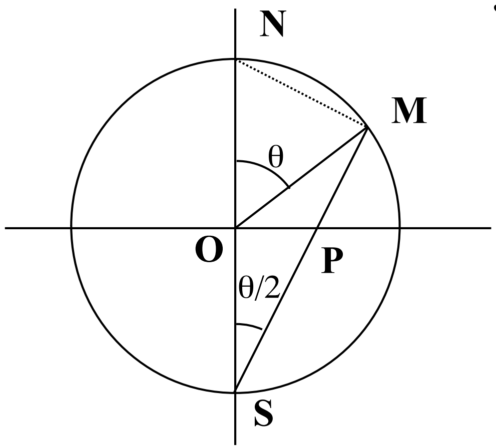
Projection stéréographique



Direction OM



P, projection de OM :
Intersection de SM et l'équateur

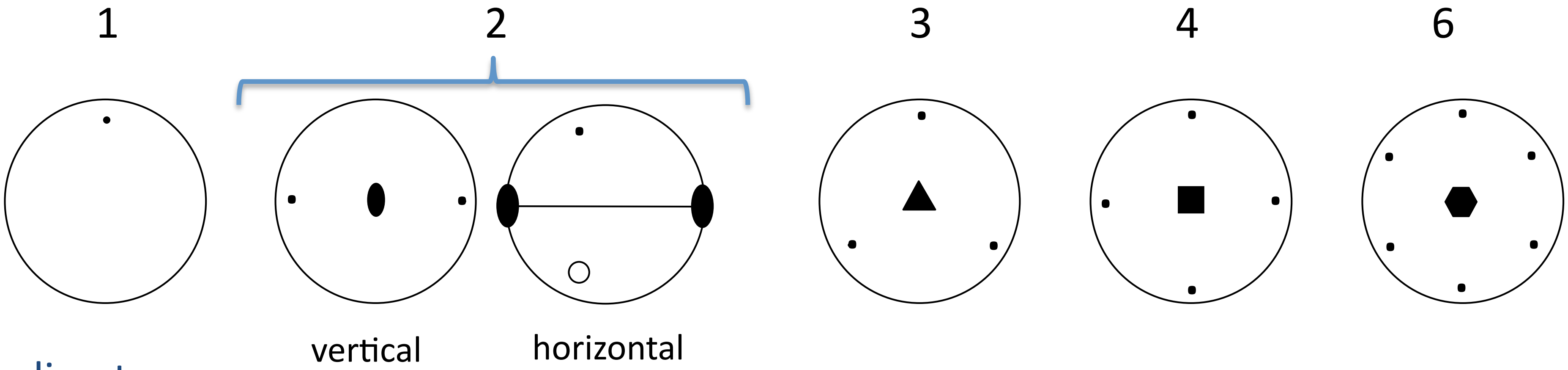


S : pôle de la projection
$OP=R\ \mathrm{tg}(\theta/2)$
$SP= R / \cos(\theta/2)$
$SM = 2R \cos(\theta/2)$

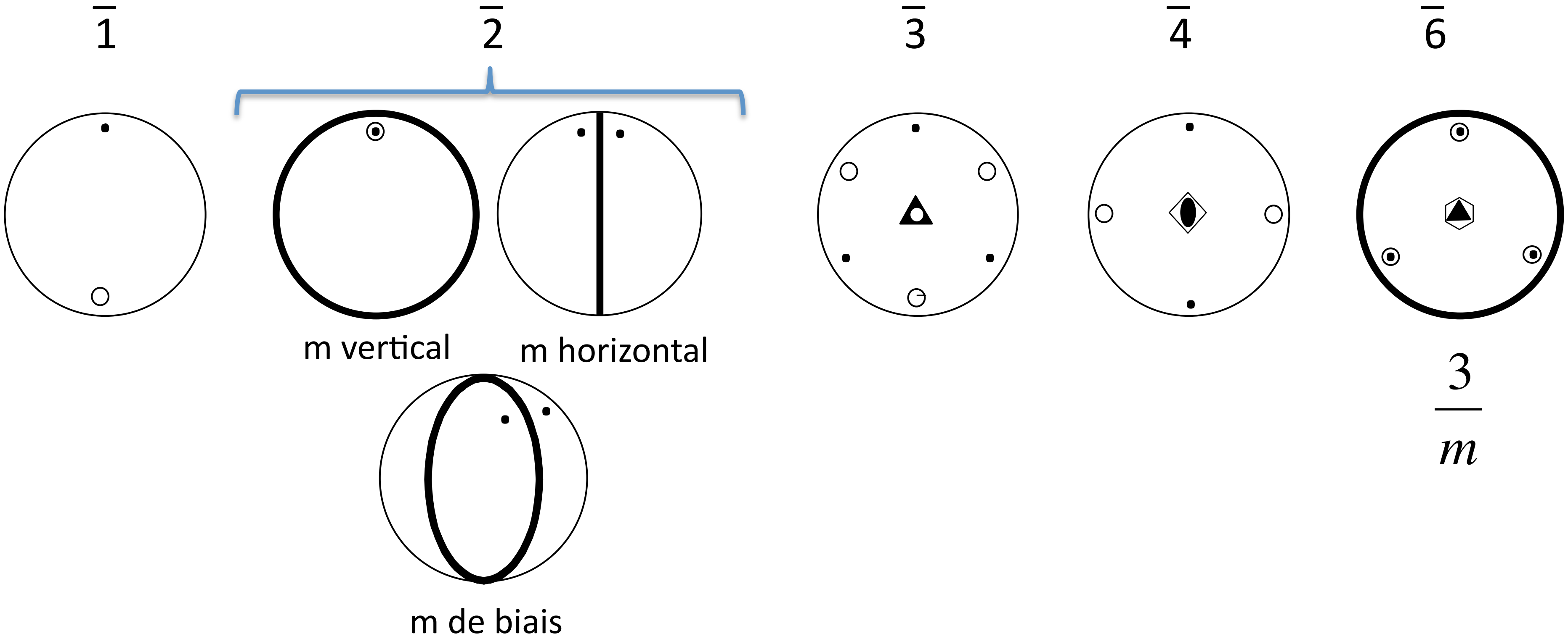
$SP.SM = 2R^2$
S : pôle d'inversion
$2R^2$: puissance de l'inversion

Représentations des opérations de symétrie principales

- Directes



- Indirectes



Les groupes ponctuels : définition

Les associations d'opérations de symétrie engendrent des groupes dits groupes de symétrie.

Un **groupe** est une **collection G d'objets** a_i $G = \{a_i\}$

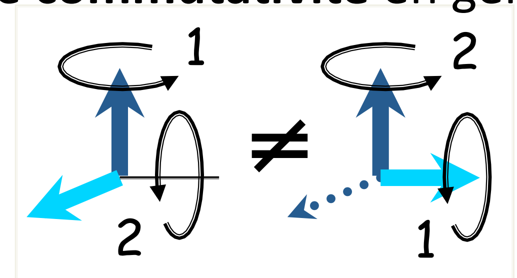
munie d'une **loi de composition interne**. $a_i a_j = a_k$, $a_k \in G$

cette loi est **associative** $(a_i a_j) a_k = a_i (a_j a_k)$

Il existe un seul élément appelé l'**élément neutre** tel que $e\, a_i = a_i\, e = a_i$

pour tout élément a_i , il existe $a_i^{-1} \in G$ noté tel que $a_i a_i^{-1} = a_i^{-1} a_i = e$

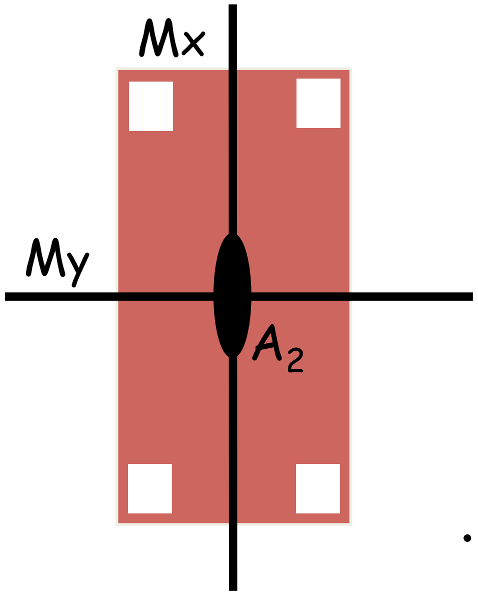
Remarque : pas de **commutativité** en général (sinon abélien)



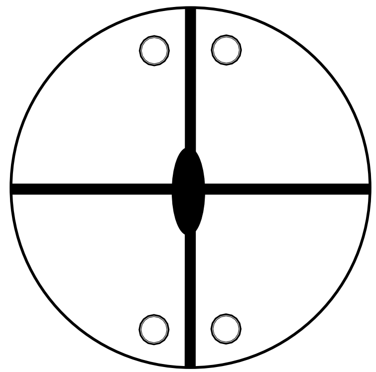
L'ensembles des éléments de symétrie d'un objet possède une structure de groupe G

Les groupes ponctuels : exemple

- Groupe de symétrie d'une table rectangulaire 2mm



*	E	Mx	My	A_2
E	E	Mx	My	A_2
Mx	Mx	E	A_2	My
My	My	A_2	E	Mx
A_2	A_2	My	Mx	E



2mm

- Multiplicité du groupe : nombre d'éléments

Sur chaque ligne et chaque colonne de la table de multiplication apparaît tous les éléments du groupe une et une seule fois. (**théorème du réarrangement**)

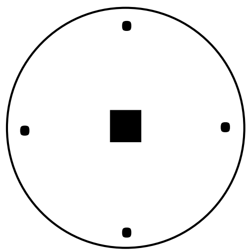
On appelle **ordre du groupe** le nombre d'éléments qu'il contient.

On appelle **éléments générateurs**, les éléments du groupe qui permettent de construire tous les autres éléments par la loi interne.

Les groupes ponctuels : exemple

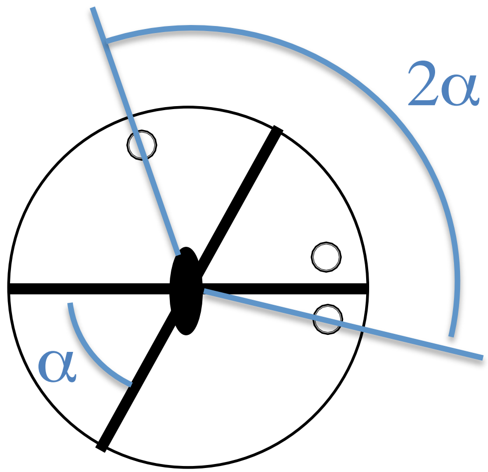
Un groupe est dit **cyclique** si les éléments peuvent être obtenus à partir d'un élément générateur a. Les éléments du groupe sont tels que $a_i = a^i$.
l'ordre du groupe est n avec $a^n = e$.

4



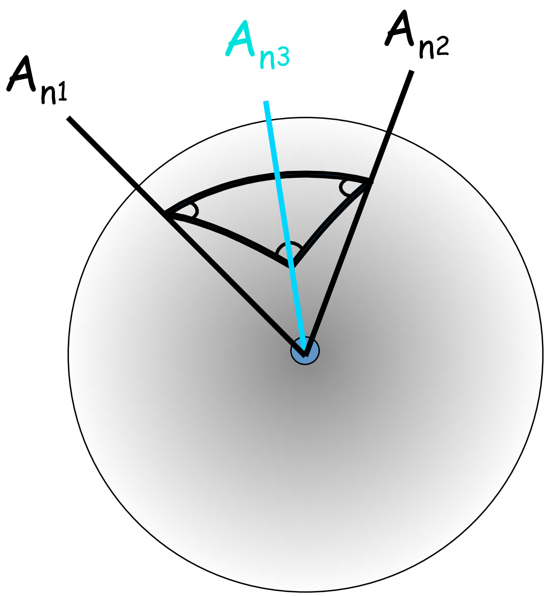
	e	4	4^2	4^3
e	e	4	4^2	4^3
4	4	4^2	4^3	e
4^2	4^2	4^3	e	4
4^3	4^3	e	4	4^2

Les groupes ponctuels : composition



$m' \, m = A_n$

Produit de deux réflexions faisant un angle α = rotation 2α

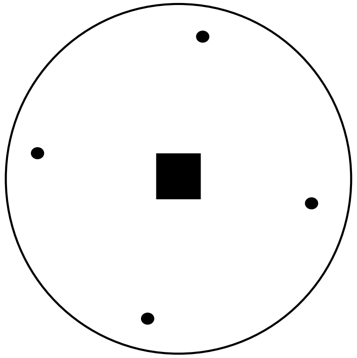


$A_{n2} \, A_{n1} = m'' \, m' \, m' \, m = m'' \, m = A_{n3}$

Produit de deux rotations = rotation

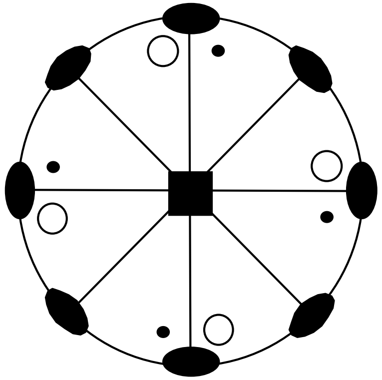
Les groupes ponctuels : exemples

En partant d'un axe 4 :



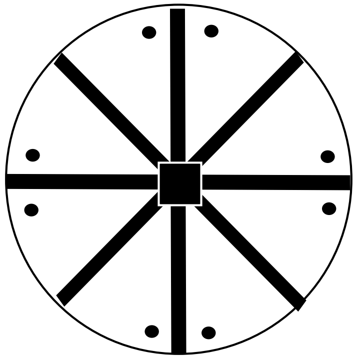
4

+ axe 2 perp.



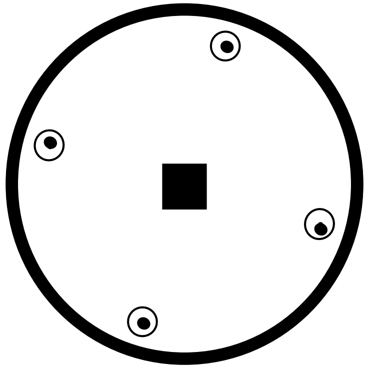
422

+ m //



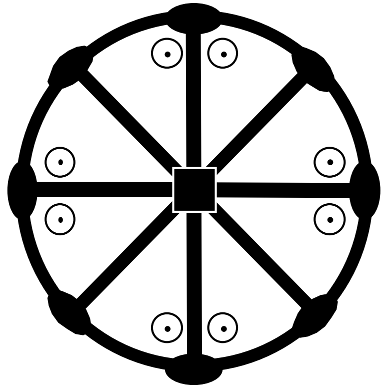
$4mm$

+ m perp.



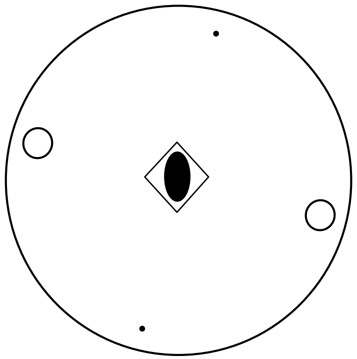
$\dfrac{4}{m}$

+ m // et m perp.

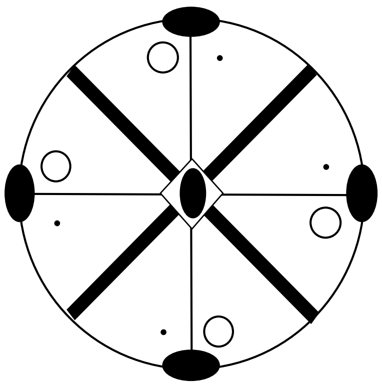


$\dfrac{4}{m}\dfrac{2}{m}\dfrac{2}{m}$

$\dfrac{4}{m}mm$



$\bar{4}$



$\bar{4}2m$ ou $\bar{4}m2$

Groupes / Sous groupes

On appelle **sous groupe** H du groupe G tout sous-ensemble stable de G.

On peut partitionner un groupe G modulo un sous groupe H

L'ordre h d'un sous groupe H est donc un diviseur de l'ordre g du groupe G.

Le produit direct K de 2 groupes G x H est le groupe formé par tous les éléments $k_{ij} = g_i h_j = h_j g_i$. Il contient k = gh éléments.

Groupes propres / Groupes impropres

Les éléments de symétrie associés à des isométries directes sont appelés **éléments propres,** ceux associés à des isométries inverses sont appelés **éléments impropres.**

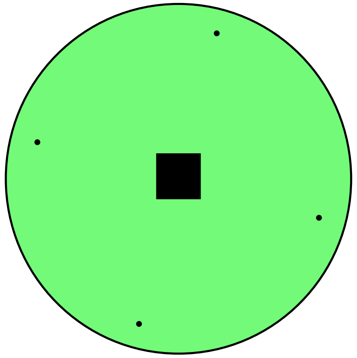
On appelle groupes propres tous les groupes qui ne contiennent que des éléments propres.

Un groupe contient toujours des éléments propres (si s_k est impropre $a_i = s_k\, s_k$ est propre)
Un groupe s'écrit donc comme $G = \{a_i\} + \{s_i\}$
Les éléments propres forment un sous groupe invariant de G.

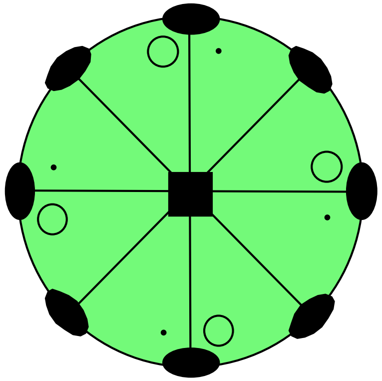
un groupe impropre contient toujours un sous groupe propre d'ordre moitié.

Les groupes ponctuels : exemples

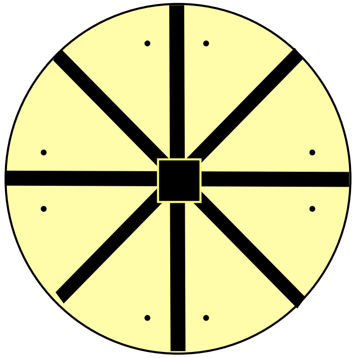
En partant d'un axe 4 :



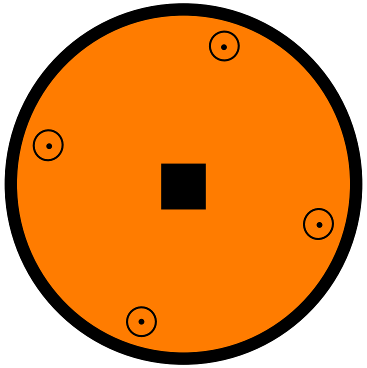
4



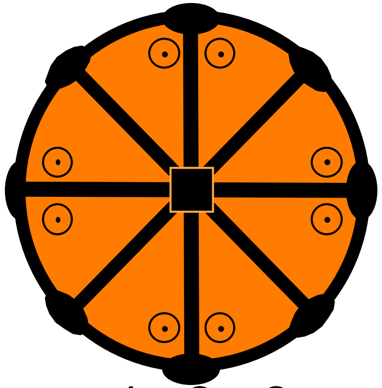
422



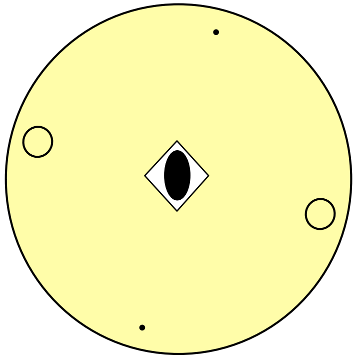
$4mm$



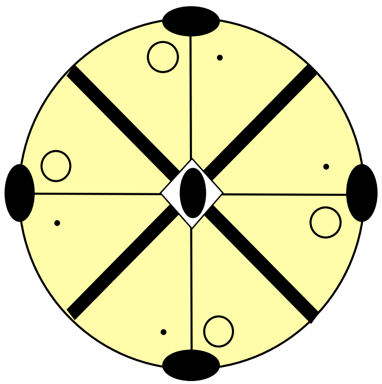
$\dfrac{4}{m}$



$\dfrac{4}{m}\dfrac{2}{m}\dfrac{2}{m}$



$\bar{4}$



$\bar{4}2m$ ou $\bar{4}m2$

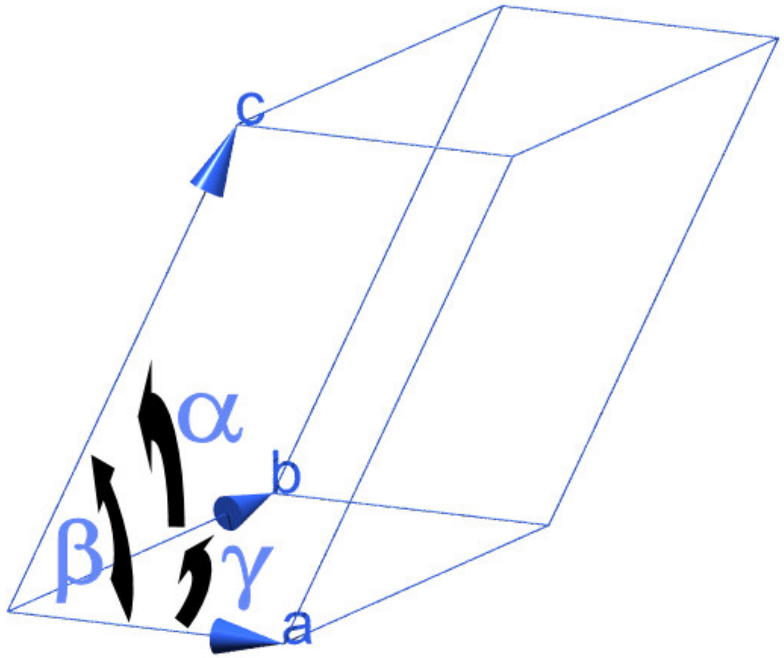
- Chiraux, propres
- Impropres
- Centrosymétriques

Symétries et Groupes

Les 32 groupes ponctuels

Il s'agit maintenant de dénombrer les combinaisons d'opération de symétrie pouvant décrire la symétrie d'orientation ponctuelle d'un cristal.
Les opérations permises sont les rotations (axes d'ordre n), les symétries par rapport à un point (inversion I) ou par rapport à un plan (miroirs) et toutes les combinaisons de ces opérations.

Symétries des mailles cristallines
3 dimensions



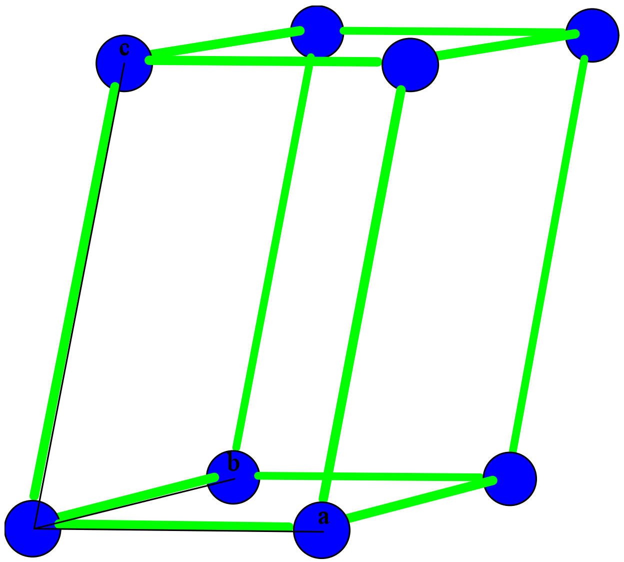
Il existe 7 systèmes de base en fonction des différentes possibilités a, b, c, α, β, γ

α =(**b** , **c**), β=(**a** , **c**), γ=(**a** , **b**)

Classification des réseaux

- <u>Triclinique :</u>

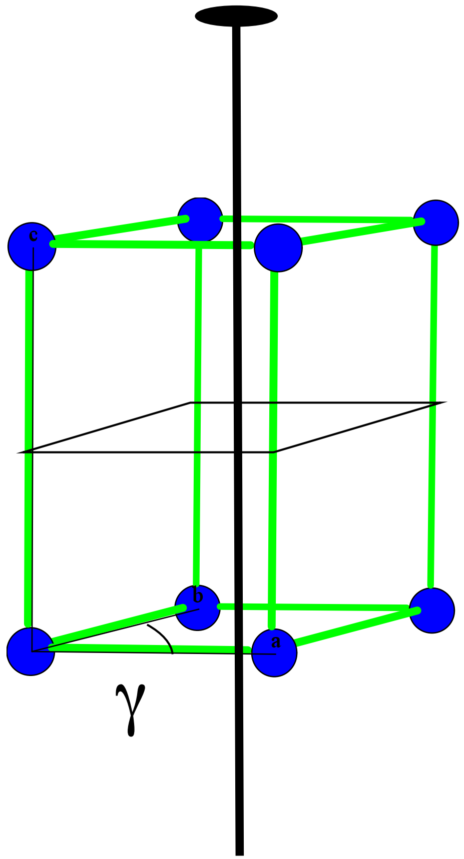
(a, b, c, α, β, γ) quelconques



Symétrie :

$$\bar{1}$$

Classification des réseaux



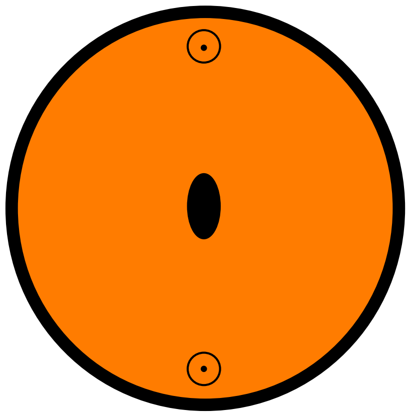
- <u>Monoclinique :</u>

(a, b, c, γ) quelconques

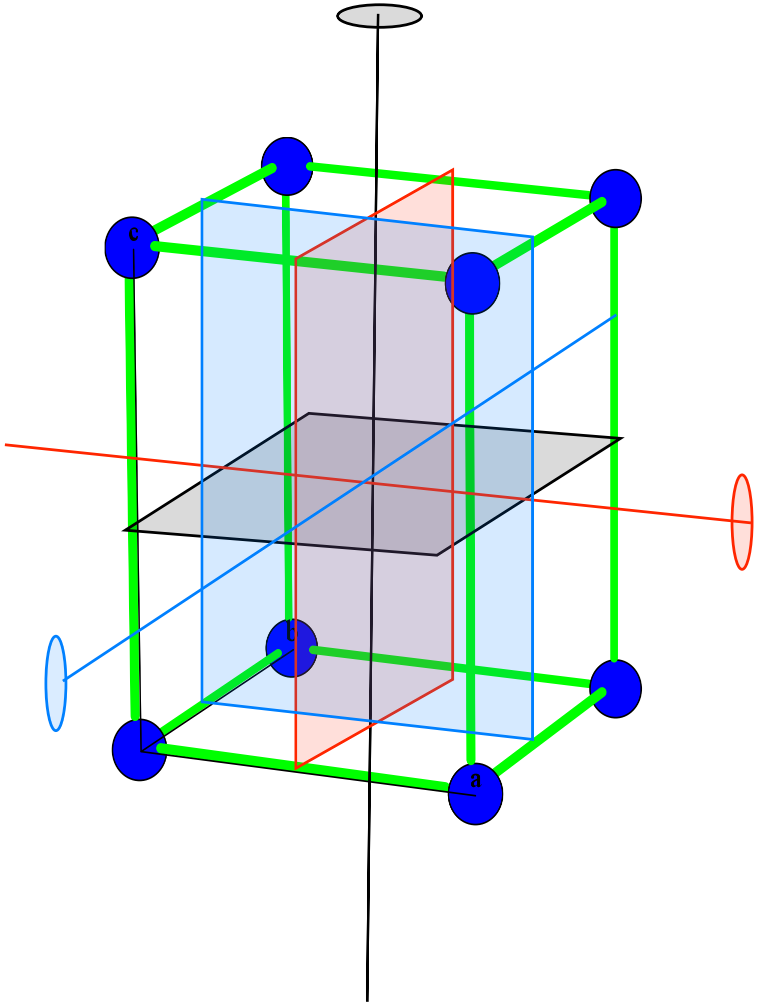
$\alpha = \beta = 90°$

Symétries :

$$\frac{2}{m}$$



Classification des réseaux



- **Orthorhombique :**

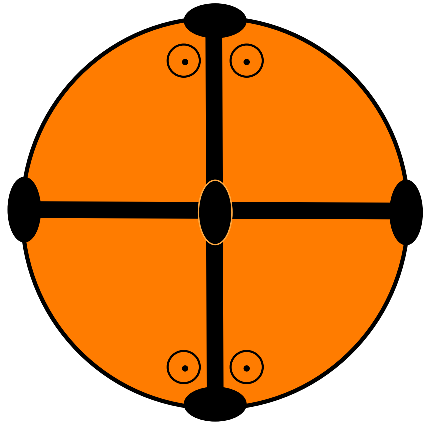
(a, b, c) quelconques

$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

Symétries :

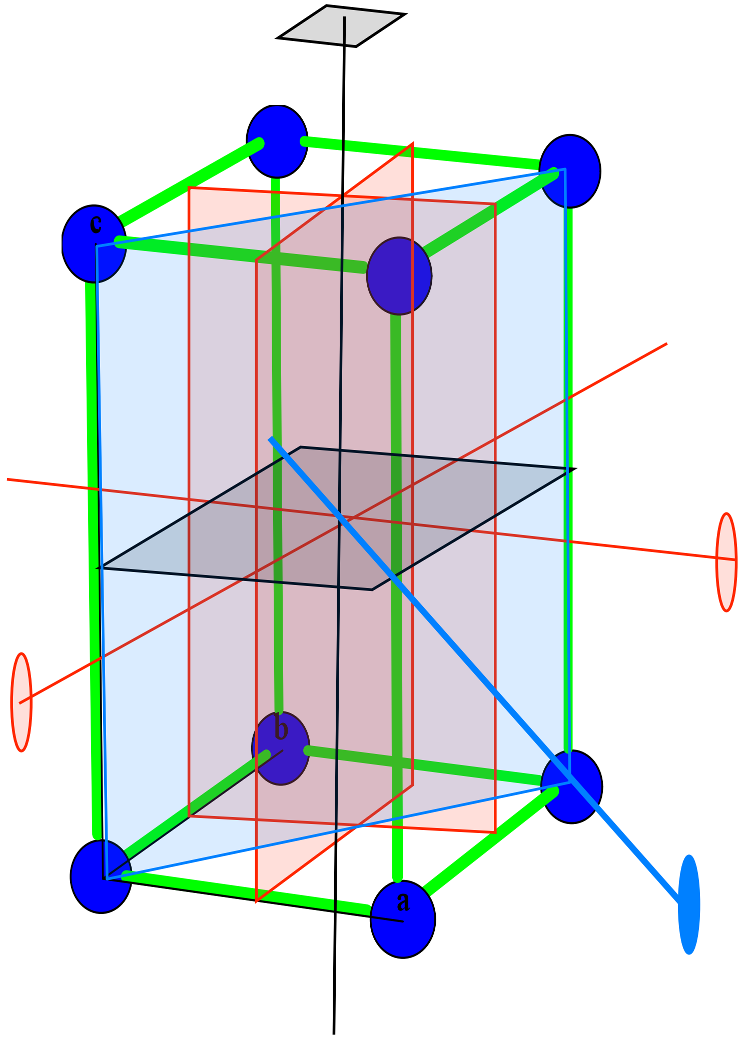
$$\frac{2}{m}\;\frac{2}{m}\;\frac{2}{m}$$

a **b** **c**



m m m

Classification des réseaux



- <u>Tétragonal ou Quadratique</u> :

  a=b

  c quelconque

  $\alpha = \beta = \gamma = 90°$

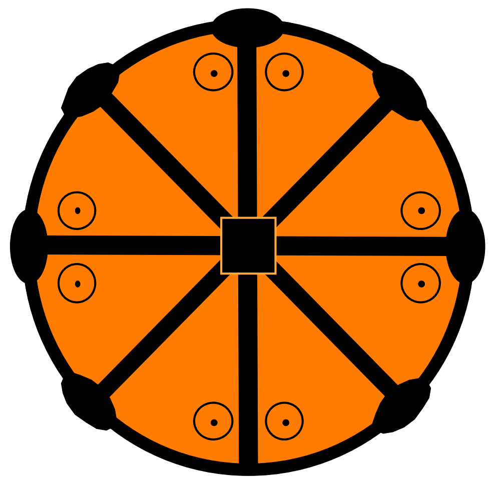
Symétries :

$$\frac{4}{m}\ \frac{2}{m}\ \frac{2}{m}$$

c

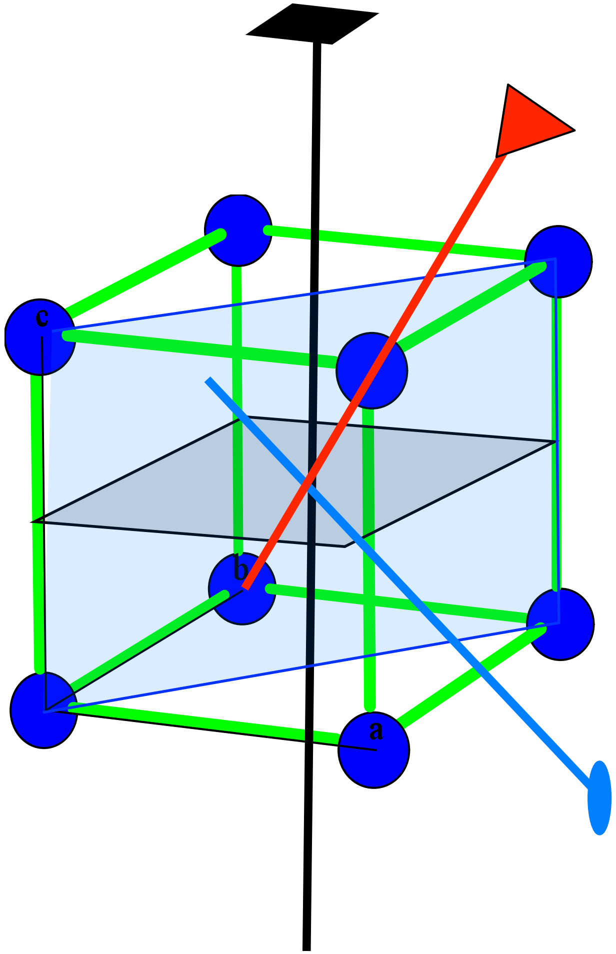
a,b

a+b,a-b



$$\frac{4}{m}\ m\ m$$

Classification des réseaux



- <u>Cubique</u> :

  $a = b = c$

  $\alpha = \beta = \gamma = 90°$

Symétries :

$$\frac{4}{m}\,\bar{3}\,\frac{2}{m}$$

a,b,c

a+b,a+c,...

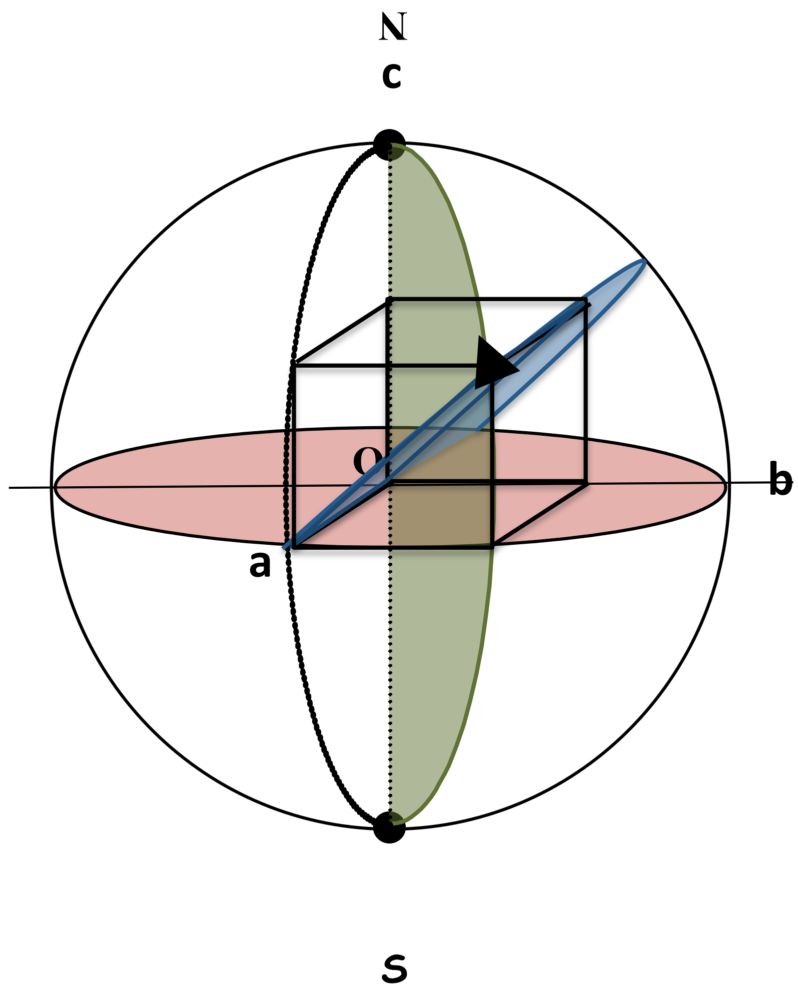
a+b+c,a+b-c,.....

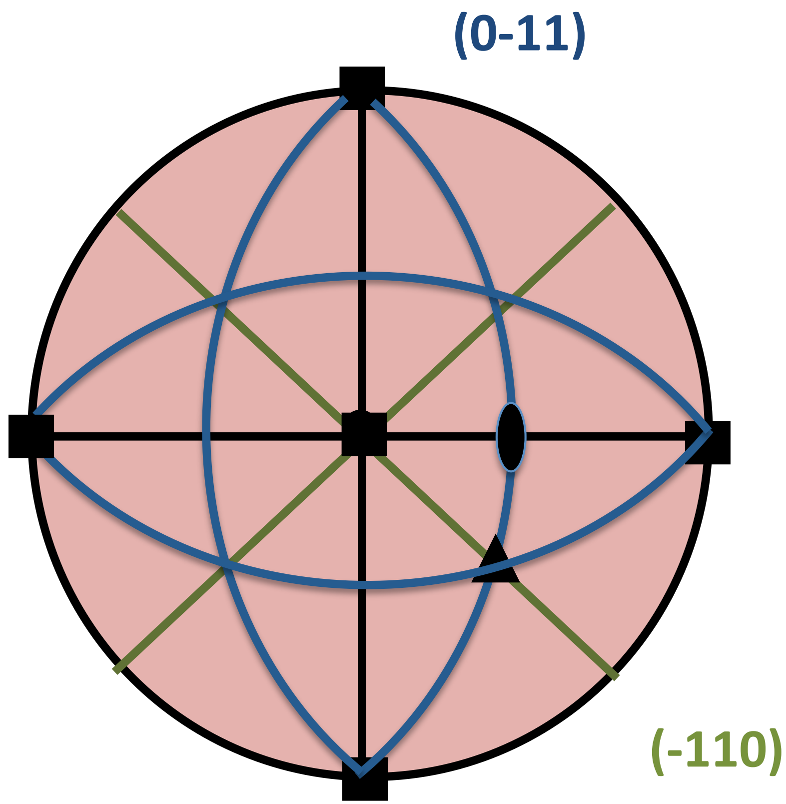
Projection stéréographique : cas du cube

Deux propriétés importantes :

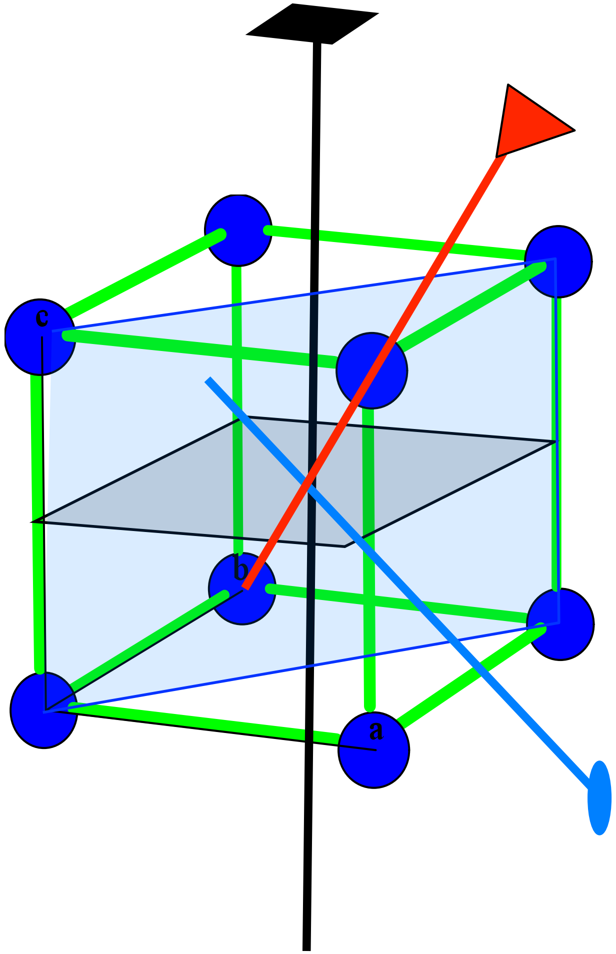
Tout cercle sur la sphère est transformé en un autre cercle dans le plan équatorial.

Les angles sont conservés pendant la transformation.





Classification des réseaux



- <u>Cubique</u> :

  a = b = c

  $\alpha = \beta = \gamma = 90°$

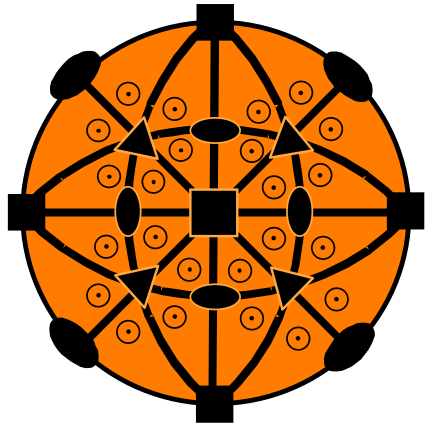
  Symétries :

$$\frac{4}{m}\,\bar{3}\,\frac{2}{m}$$

a,b,c

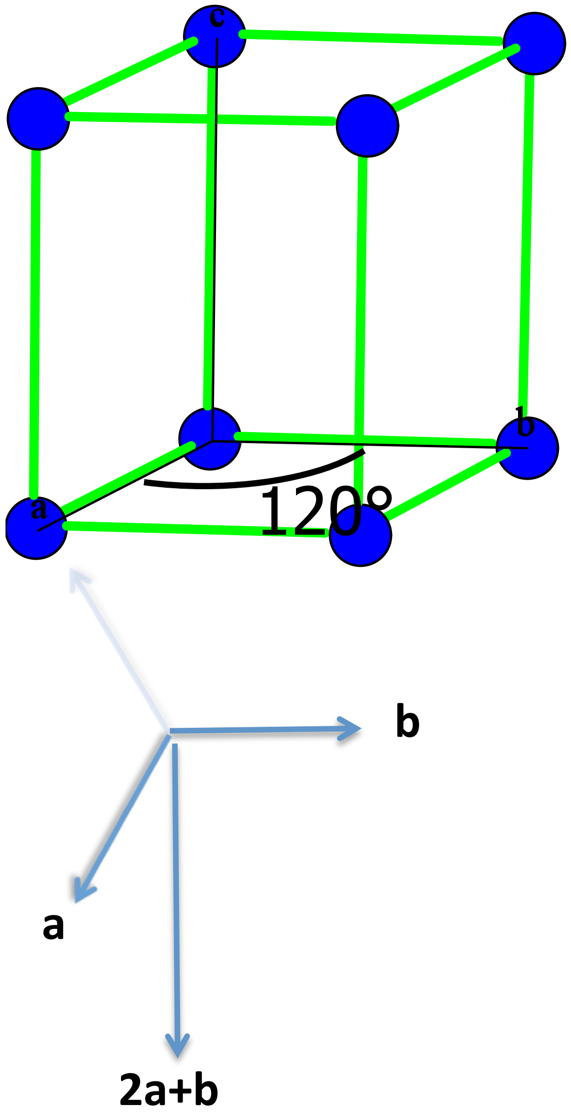
a+b+c,a+b-c,.....

a+b,a+c,...



$m\,\bar{3}\,m$

Classification des réseaux



- <u>Hexagonal :</u>

  a=b

  c quelconque

  $\alpha = \beta = 90°$

  $\gamma = 120°$

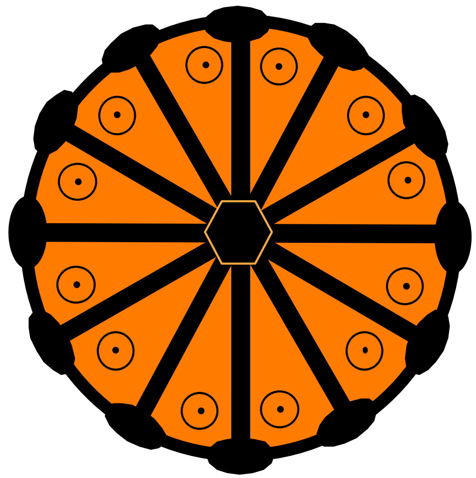
Symétries :

$$\frac{6}{m}\,\frac{2}{m}\,\frac{2}{m}$$

c

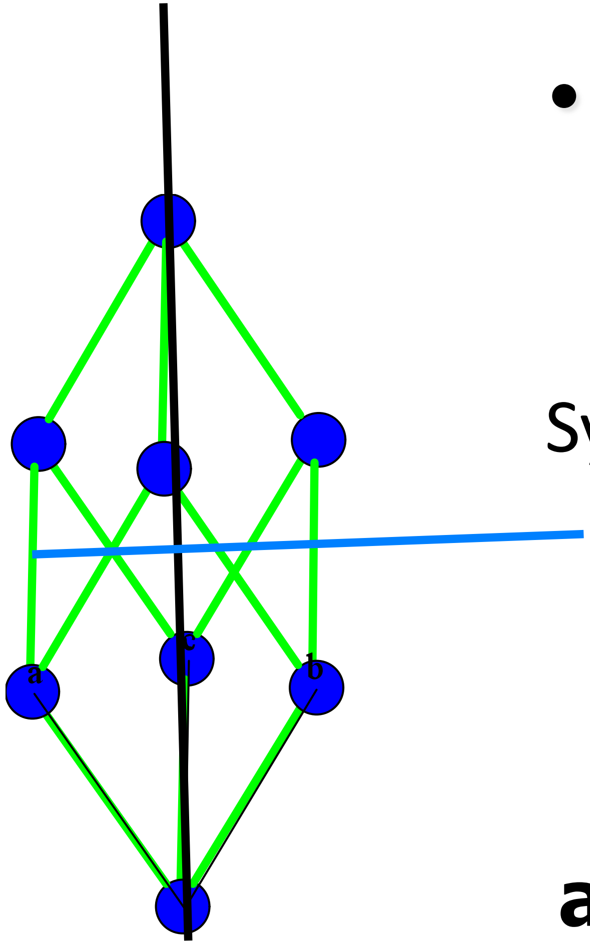
a,b,-a-b

2a+b,...



$$\frac{6}{m}\, m\, m$$

Classification des réseaux



- <u>Rhomboédrique</u> :

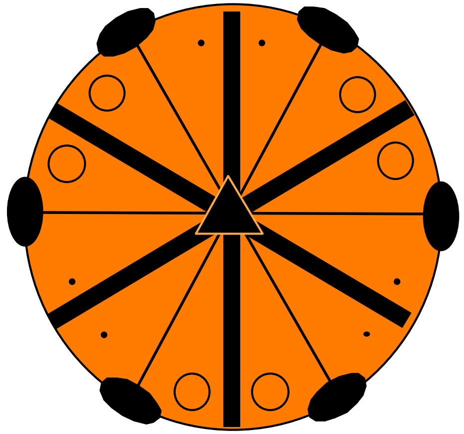
  $a = b = c$

  $\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$

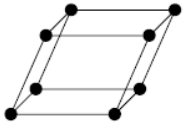
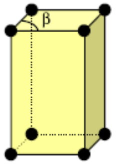
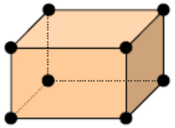
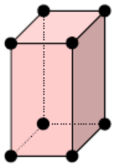
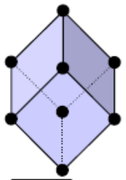
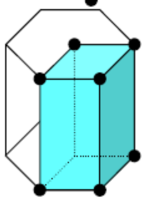
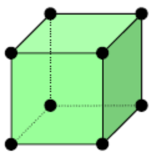
Symétries :

$$\bar{3}\,\frac{2}{m}$$

a+b+c **a-b,b-c,c-a**

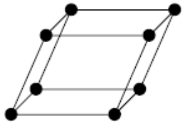
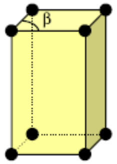
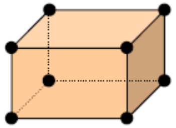
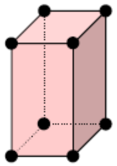
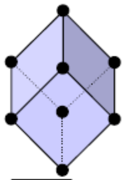
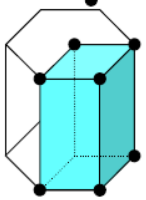
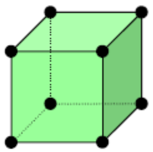


$\bar{3}$ m

Système cristallin	P	*Groupe holoèdre*
Triclinique		$\bar{1}$
Monoclinique		$2/m$
Orthorhombique		$2/m\ 2/m\ 2/m$
Tétragonal		$4/m\ 2/m\ 2/m$
Rhomboédrique		$\bar{3}\ 2/m$
Hexagonal		$6/m\ 2/m\ 2/m$
Cubique		$4/m\ \bar{3}\ 2/m$

Mailles multiples

- 3 Conditions :
  - 1 - Chaque nœud du réseau doit avoir un environnement identique: Condition nécessaire pour un réseau.
  - 2 - Le mode de réseau doit conserver la symétrie du système cristallin - C'est pour cette raison que les mailles multiples sont utilisées.
  - 3 - Le mode n'est retenu que s'il est réellement différent de tous les autres. (Pour deux modes équivalents on choisira celui qui a la plus petite multiplicité).

Système cristallin	P	Groupe holoèdre
Triclinique		$\bar{1}$
Monoclinique		$2/m$
Orthorhombique		$2/m\ 2/m\ 2/m$
Tétragonal		$4/m\ 2/m\ 2/m$
Rhomboédrique		$\bar{3}\ 2/m$
Hexagonal		$6/m\ 2/m\ 2/m$
Cubique		$4/m\ \bar{3}\ 2/m$

Mailles multiples

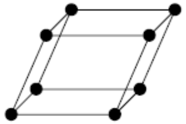
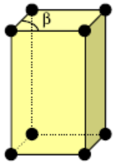
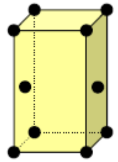
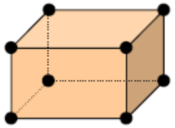
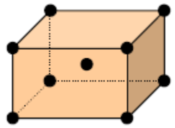
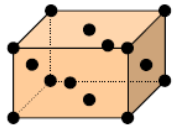
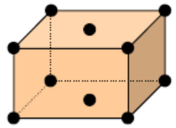
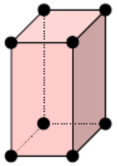
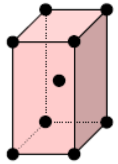
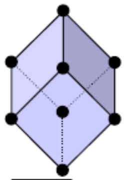
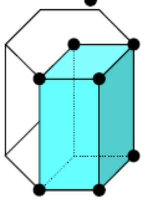
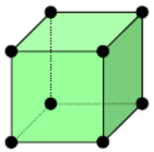
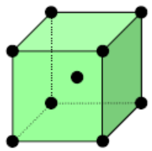
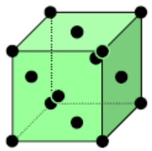
Conditions 1 et 2 ….

>>>>

I : maille centrée

F : maille faces centrées

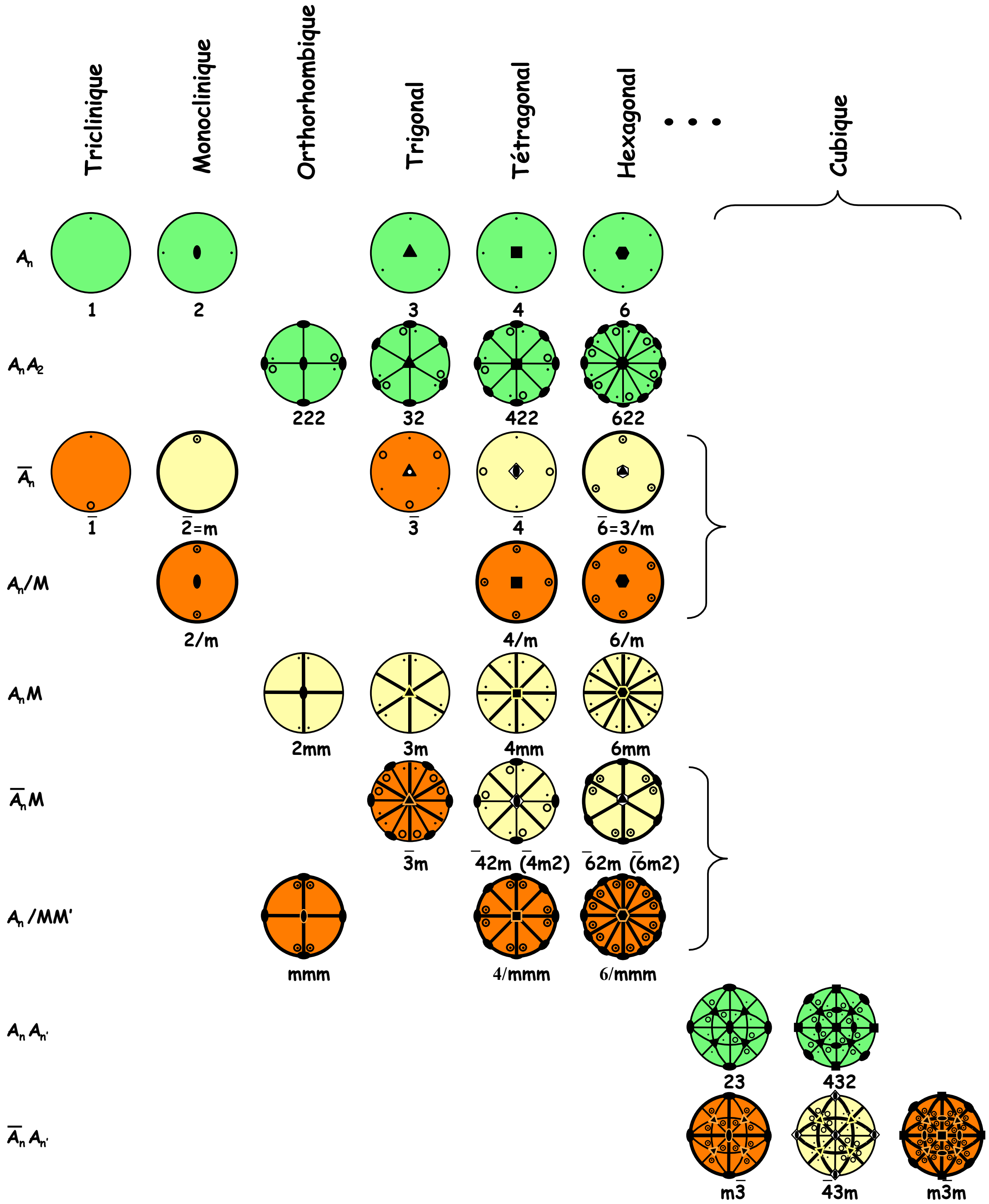
C (B, ou A) : maille une face centrée

Système cristallin	P	Groupe holoèdre	Mailles multiples		
			I	F	C
Triclinique		$\bar{1}$			
Monoclinique		$2/m$			
Orthorhombique		$2/m\ 2/m\ 2/m$			
Tétragonal		$4/m\ 2/m\ 2/m$			
Rhomboédrique		$\bar{3}\ 2/m$			
Hexagonal		$6/m\ 2/m\ 2/m$			
Cubique		$4/m\ \bar{3}\ 2/m$			

Les groupes ponctuels

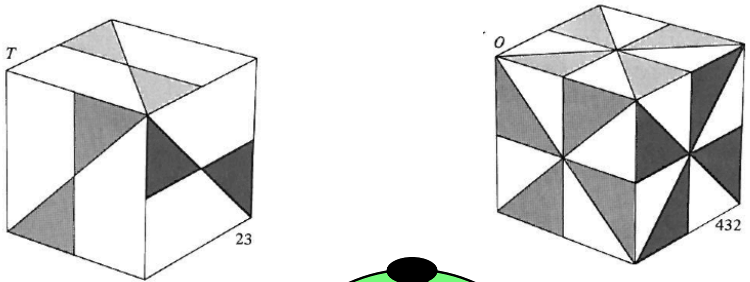
- Classés par degré de symétrie
- Groupes limites de Curie

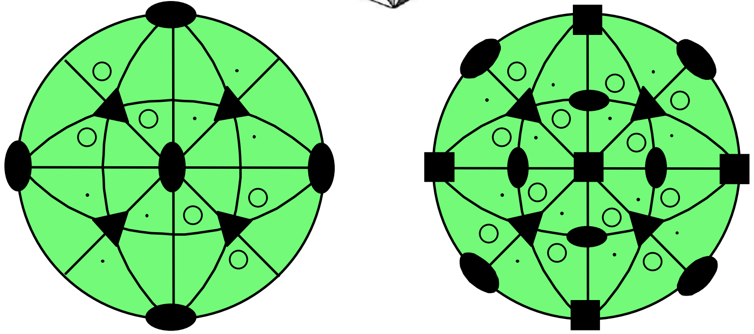
- Chiraux, propres
- Impropres
- Centrosymétriques



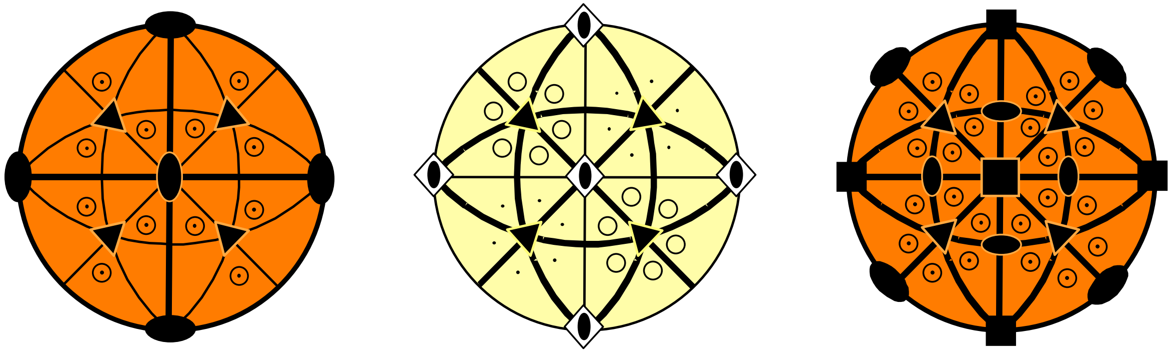
32 classes de symétrie

Groupes ponctuels cubiques

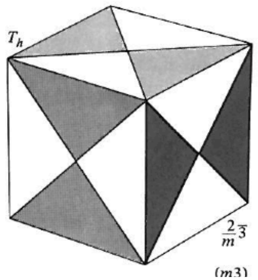


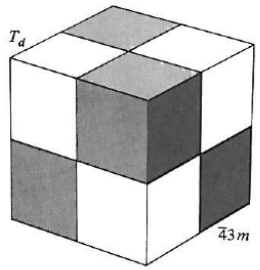


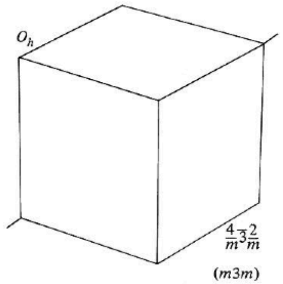
23 432



m$\bar{3}$ $\bar{4}$3m m$\bar{3}$m







Groupes ponctuels : bilan

32 Groupes Ponctuels
(ou groupes de symétrie d'orientation)

11 sont des **groupes propres**
1, 2, 3, 4, 6, 222, 32, 422, 622, 23, 432

11 sont des **groupes impropres contenant l'inversion**
-1, 2/m, -3, 4/m, 6/m, mmm, -3m, 4/mmm, 6/mmm, m-3, m-3m

10 sont des **groupes impropres ne contenant pas l'inversion**
m, -4, -6, mm2, 3m, 4mm, -42m, 6mm, -62m, -43m

Les groupes centrosymétriques (contenant l'inversion) sont appelés groupes ou **classes de Laue**.

Groupes ponctuels : bilan

Crystal system	Groupes Ponctuels: Non Centro-symmétrique			Groupes Ponctuels: Centro-symétrique	Holoédrie	Systèmes cristallins	Classes de Laue
Triclinic	1			-1	-1	Triclinique	-1
Monoclinic	2	m		2/m	2/m	Monoclinique	2/m
Othorhombic	222	mm2		mmm	mmm	Orthorhombique	mmm
Tetragonal	4 422	-4 4mm	 -42m	4/m 4/mmm	4/mmm	Quadratique	4/m 4/mmm
Trigonal	3 32	 3m		-3 -3m	-3m	Rhomboédrique	-3 -3m
Hexagonal	6 622	-6 6mm	 -62m	6/m 6/mmm	6/mmm	Hexagonal	6/m 6/mmm
Cubic	23 432	 -43m		m-3 m-3m	m-3m	Cubique	m-3 m-3m

Les groupes centrosymétriques (contenant l'inversion) sont appelés groupes ou **classes de Laue**.

Toute mesure qui introduira un centre d'inversion ne permettra pas de déterminer le groupe de symétrie mais seulement la classe de Laue du système.

Dans chaque système cristallin, la classe de Laue de plus haut symétrie est appelée **holoédrie**.

Groupes d'espace

On s'intéresse maintenant à la position des objets

➔ translations ➔ réseaux

Les groupes symorphiques

Combinaisons des **réseaux de Bravais** avec les **groupes ponctuels**

Exemples

point group	cell type	space group
2	P	P 2
	C	C 2
2/m	P	P 2/m
	C	C 2/m
222	P	P 222
	C	C 222
	F	F 222
	I	I 222

Groupes ponctuels
symboles Hermann-Mauguin - Schoenflies

Système Cristallin	Nombre de groupes ponctuels	Symbole Herman-Mauguin du groupe ponctuel	Symbole Schoenflies du groupe ponctuel
Triclinique	2	$1, \bar{1}$	C_1, C_i
Monoclinique	3	$2, m, 2/m$	C_2, C_s, C_{2h}
Orthorhombique	3	$222, mm2, mmm$	D_2, C_{2v}, D_{2h}
Trigonal	5	$3, \bar{3}, 32,$ $3m, \bar{3}m$	$C_3, S_6, D_3,$ C_{3v}, D_{3d}
Hexagonal	7	$6, \bar{6}, 6/m, 622,$ $6mm, \bar{6}2m, 6/mmm$	$C_6, C_{3h}, C_{4h}, D_6,$ C_{6v}, D_{3h}, D_{6h}
Tetragonal (Quadratique)	7	$4, \bar{4}, 4/m, 422,$ $4mm, \bar{4}2m, 4/mmm$	$C_4, S_4, C_{4h}, D_4,$ C_{4v}, D_{2d}, D_{4h}
Cubique	5	$23, m3, 432,$ $\bar{4}32, m3m$	$T, T_h, O,$ T_d, O_h

32 classes de symétrie

Groupes symorphiques

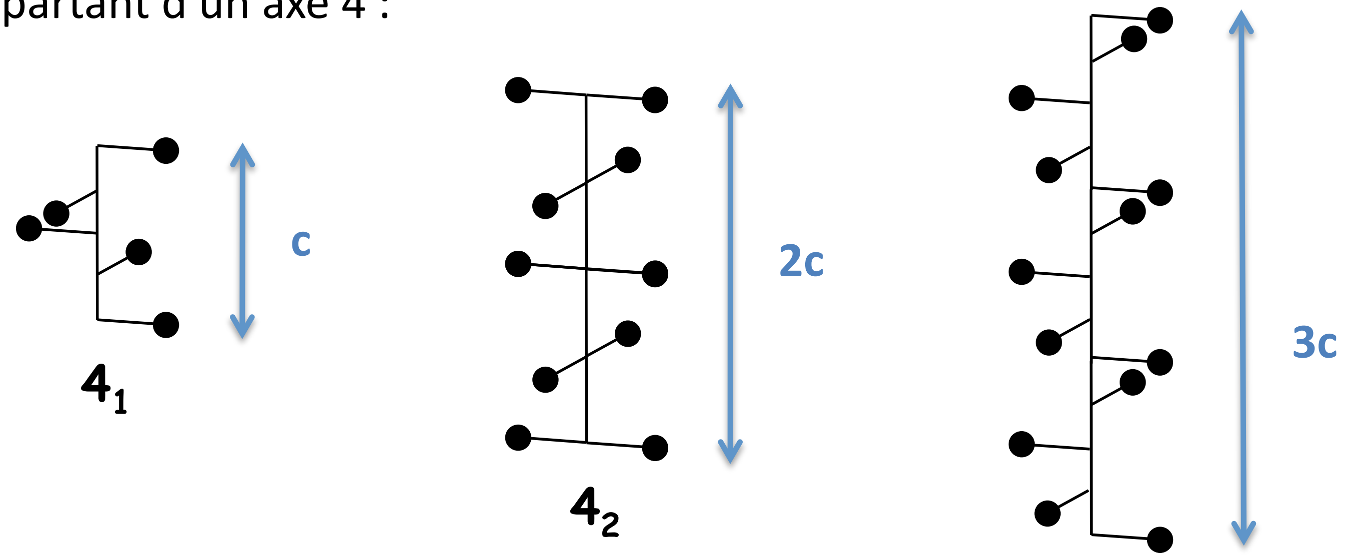
Système Cristallin	Réseau de Bravais	Symbole Herman-Mauguin du groupe ponctuel	Groupes Symorphiques
Triclinique	P	$1,\ \bar{1}$	2
Monoclinique	P ; C	$2,\ m,\ 2/m$	6
Orthorhombique	P ; C ; I ; F	$222,\ mm2,\ mmm$	12 + 1
Trigonal	R ; P	$3,\ \bar{3},\ 32,\ 3m,\ \bar{3}m$	10 + 3
Hexagonal	P	$6,\ \bar{6},\ 6/m,\ 622,\ 6mm,\ \bar{6}2m,\ 6/mmm$	7 + 1
Tetragonal (Quadratique)	P; I	$4,\ \bar{4},\ 4/m,\ 422,\ 4mm,\ \bar{4}2m,\ 4/mmm$	14 + 2
Cubique	P ; I ; F	$23,\ m3,\ 432,\ \bar{4}32,\ m\ \bar{3}m$	15
7 systèmes	**14 réseaux**	**32 classes de symétrie**	**73 groupes symorphiques**

230 groupes d'espace

Les 157 groupes restants sont obtenus en introduisant de nouveaux éléments de symétrie.

Éléments combinant les opérations de symétrie d'orientation avec des translations compatibles avec le réseau du bravais du cristal.

Exemple en partant d'un axe 4 :

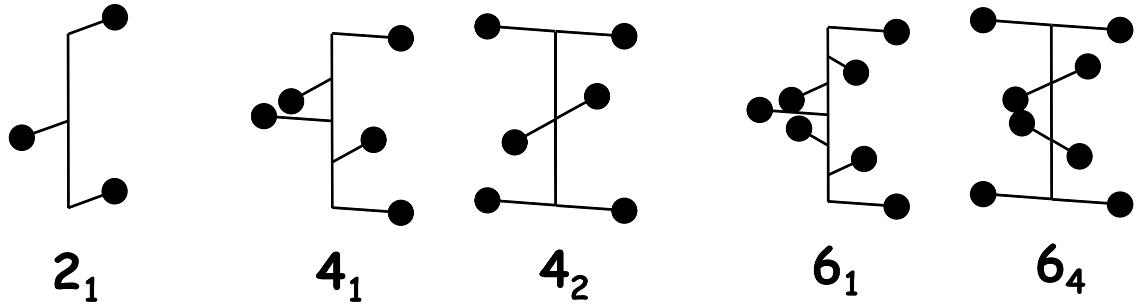


4_1 4_2 4_3

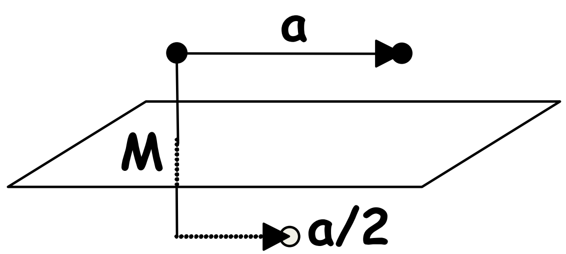
Symétries de position

Symétries de position :

Rotations avec glissement (Translations hélicoïdales)



Réflexions avec glissement



Symboles

Symbole	Représentation graphique		Symbole	Représentation graphique	Symbole	Représentation graphique
$\bar{1}$	○		3_2	▲	6	⬢
2	⬮	N	$\bar{3}$	△	6_1	⬢
	→	P	4	◆	6_2	⬢
2_1	⬮	N	4_1	◆	6_3	⬢
	→	P	4_2	◆	6_4	⬢
3	▲		4_3	◆	6_5	⬢
3_1	▲		$\bar{4}$	◆	$\bar{6}$	⬢

FIG. 5.3 – Symboles utilisés pour représenter les rotations, inversions rotatoires et translations rotatoires.

Symboles

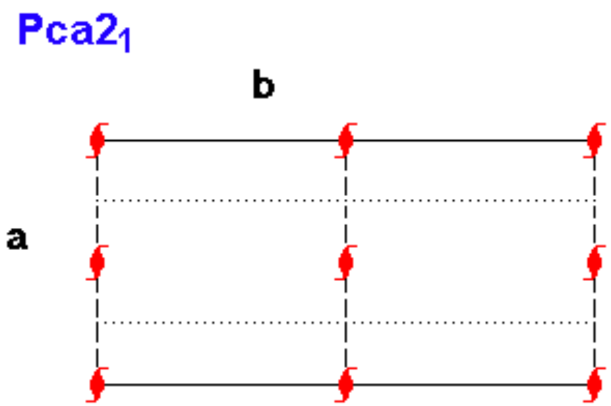
Symbole	Représentation graphique		Nature de la translation
	Normal au plan du dessin	Parallèle au plan du dessin	
m			plan ordinaire, sans translation.
a, b			a/2 le long de x ou b/2 le long de y
c			c/2 le long de z ; (a + b + c)/2 le long de [111] en axes rhomboédriques
n			(a + b)/2 ou (b + c)/2 ou (a + c)/2 ou (a + b + c) / 2 (quadratique et cubique)
d		1/8 3/8	(a ± b) / 4 ou (b ± c) / 4 ou (c ± a) / 4 ou (a ± b ± c) / 4 (quadratique et cubique)

Les axes a et b sont dans le plan de projection.

FIG. 5.2 – Description et notation des réflexions avec glissement.

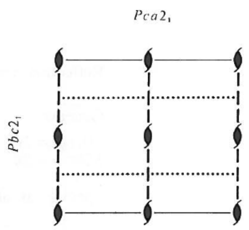
Groupes d'espace

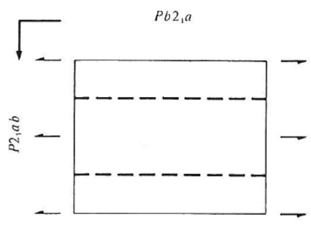
Exemple de construction d'un groupe d'espace

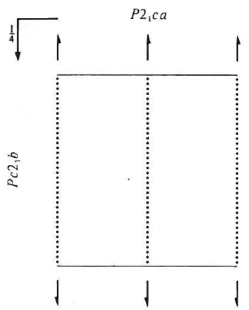


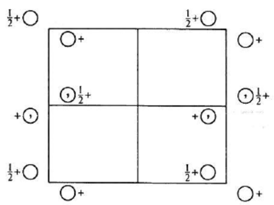
$Pca2_1$ $\quad C_{2v}^5$ $\quad mm2$ $\quad$ Orthorhombic

No. 29 $\quad Pca2_1$ $\quad$ Patterson symmetry $Pmmm$









Origin on $1a2_1$

Asymmetric unit $\quad 0\leq x\leq\frac{1}{4};\quad 0\leq y\leq 1;\quad 0\leq z\leq 1$

Symmetry operations

(1) 1 $\quad$ (2) $2(0,0,\frac{1}{2})\ 0,0,z$ $\quad$ (3) $a\ \ x,0,z$ $\quad$ (4) $c\ \ \frac{1}{4},y,z$

Generators selected $\quad (1);\ t(1,0,0);\ t(0,1,0);\ t(0,0,1);\ (2);\ (3)$

Positions

Multiplicity, Wyckoff letter, Site symmetry	Coordinates	Reflection conditions
		General:
4 a 1	(1) x,y,z $\quad$ (2) $\bar{x},\bar{y},z+\frac{1}{2}$ $\quad$ (3) $x+\frac{1}{2},\bar{y},z$ $\quad$ (4) $\bar{x}+\frac{1}{2},y,z+\frac{1}{2}$	$0kl: l=2n$ $h0l: h=2n$ $h00: h=2n$ $00l: l=2n$

Symmetry of special projections

Along [001] $\quad p2mg$
$\mathbf{a}'=\mathbf{a} \quad \mathbf{b}'=\mathbf{b}$
Origin at $0,0,z$

Along [100] $\quad p1m1$
$\mathbf{a}'=\mathbf{b} \quad \mathbf{b}'=\frac{1}{2}\mathbf{c}$
Origin at $x,0,0$

Along [010] $\quad p11g$
$\mathbf{a}'=\mathbf{c} \quad \mathbf{b}'=\frac{1}{2}\mathbf{a}$
Origin at $0,y,0$

Maximal non-isomorphic subgroups

I $\quad [2]P112_1(P2_1)$ $\quad 1;2$
$\quad [2]P1a1(Pc)$ $\quad 1;3$
$\quad [2]Pc11(Pc)$ $\quad 1;4$

IIa $\quad$ none

IIb $\quad [2]Pna2_1\ (\mathbf{b}'=2\mathbf{b})$

Maximal isomorphic subgroups of lowest index

IIc $\quad [3]Pca2_1\ (\mathbf{a}'=3\mathbf{a});\ [2]Pca2_1\ (\mathbf{b}'=2\mathbf{b});\ [3]Pca2_1\ (\mathbf{c}'=3\mathbf{c})$

Minimal non-isomorphic supergroups

I $\quad [2]Pcca;\ [2]Pbcm;\ [2]Pbcn;\ [2]Pbca$

II $\quad [2]Aba2;\ [2]Bma2\,(Abm2);\ [2]Ccm2_1\,(Cmc2_1);\ [2]Iba2;\ [2]Pcm2_1\,(2\mathbf{a}'=\mathbf{a})\,(Pmc2_1);$
$[2]Pma2\,(2\mathbf{c}'=\mathbf{c})$

Table 4.3.1 (*cont.*)

ORTHORHOMBIC SYSTEM

No. of space group	Schoenflies symbol	Standard full Hermann–Mauguin symbol **abc**	Extended Hermann–Mauguin symbols for various settings of the same unit cell					
			abc (standard)	**ba$\bar{\mathbf{c}}$**	**cab**	**$\bar{\mathbf{c}}$ba**	**bca**	**a$\bar{\mathbf{c}}$b**
16	D_2^1	$P222$	$P222$	$P222$	$P222$	$P222$	$P222$	$P222$
17	D_2^2	$P222_1$	$P222_1$	$P222_1$	$P2_122$	$P2_122$	$P22_12$	$P22_12$
18	D_2^3	$P2_12_12$	$P2_12_12$	$P2_12_12$	$P22_12_1$	$P22_12_1$	$P2_122_1$	$P2_122_1$
19	D_2^4	$P2_12_12_1$	$P2_12_12_1$	$P2_12_12_1$	$P2_12_12_1$	$P2_12_12_1$	$P2_12_12_1$	$P2_12_12_1$
20	D_2^5	$C222_1$	$C222_1$ $2_12_12_1$	$C222_1$ $2_12_12_1$	$A2_122$ $2_12_12_1$	$A2_122$ $2_12_12_1$	$B22_12$ $2_12_12_1$	$B22_12$ $2_12_12_1$
21	D_2^6	$C222$	$C222$ 2_12_12	$C222$ 2_12_12	$A222$ 22_12_1	$A222$ 22_12_1	$B222$ 2_122_1	$B222$ 2_122_1
22	D_2^7	$F222$	$F222$ 2_12_12 22_12_1 2_122_1	$F222$ 2_12_12 2_122_1 22_12_1	$F222$ 22_12_1 2_122_1 2_12_12	$F222$ 22_12_1 2_12_12 2_122_1	$F222$ 2_122_1 2_12_12 22_12_1	$F222$ 2_122_1 22_12_1 2_12_12
23	D_2^8	$I222$	$I\,222$ $2_12_12_1$	$I\,222$ $2_12_12_1$	$I\,222$ $2_12_12_1$	$I\,222$ $2_12_12_1$	$I\,222$ $2_12_12_1$	$I\,222$ $2_12_12_1$
24	D_2^9	$I2_12_12_1$	$I\,2_12_12_1$ 222	$I\,2_12_12_1$ 222	$I\,2_12_12_1$ 222	$I\,2_12_12_1$ 222	$I\,2_12_12_1$ 222	$I\,2_12_12_1$ 222
25	C_{2v}^1	$Pmm2$	$Pmm2$	$Pmm2$	$P2mm$	$P2mm$	$Pm2m$	$Pm2m$
26	C_{2v}^2	$Pmc2_1$	$Pmc2_1$	$Pcm2_1$	$P2_1ma$	$P2_1am$	$Pb2_1m$	$Pm2_1b$
27	C_{2v}^3	$Pcc2$	$Pcc2$	$Pcc2$	$P2aa$	$P2aa$	$Pb2b$	$Pb2b$
28	C_{2v}^4	$Pma2$	$Pma2$	$Pbm2$	$P2mb$	$P2cm$	$Pc2m$	$Pm2a$
29	C_{2v}^5	$Pca2_1$	$Pca2_1$	$Pbc2_1$	$P2_1ab$	$P2_1ca$	$Pc2_1b$	$Pb2_1a$
30	C_{2v}^6	$Pnc2$	$Pnc2$	$Pcn2$	$P2na$	$P2an$	$Pb2n$	$Pn2b$
31	C_{2v}^7	$Pmn2_1$	$Pmn2_1$	$Pnm2_1$	$P2_1mn$	$P2_1nm$	$Pn2_1m$	$Pm2_1n$
32	C_{2v}^8	$Pba2$	$Pba2$	$Pba2$	$P2cb$	$P2cb$	$Pc2a$	$Pc2a$
33	C_{2v}^9	$Pna2_1$	$Pna2_1$	$Pbn2_1$	$P2_1nb$	$P2_1cn$	$Pc2_1n$	$Pn2_1a$
34	C_{2v}^{10}	$Pnn2$	$Pnn2$	$Pnn2$	$P2nn$	$P2nn$	$Pn2n$	$Pn2n$

Les 230 Groupes d'espace

Triclinique

1	$P1$	C_1^1
2	$P\bar{1}$	C_i^1

Monoclinique

3	$P2$	C_2^1
4	$P2_1$	C_2^2
5	$C2$	C_2^3
6	Pm	C_s^1
7	Pc	C_s^2
8	Cm	C_s^3
9	Cc	C_s^4
10	$P2/m$	C_{2h}^1
11	$P2_1/m$	C_{2h}^2
12	$C2/m$	C_{2h}^3
13	$P2/c$	C_{2h}^4
14	$P2_1/c$	C_{2h}^5
15	$C2/c$	C_{2h}^6

Orthorhombique

16	$P222$	D_2^1
17	$P222_1$	D_2^2
18	$P2_12_12$	D_2^3
19	$P2_12_12_1$	D_2^4
20	$C222_1$	D_2^5
21	$C222$	D_2^6
22	$F222$	D_2^7
23	$I222$	D_2^8
24	$I2_12_12_1$	D_2^9
25	$Pmm2$	C_{2v}^1
26	$Pmc2_1$	C_{2v}^2
27	$Pcc2$	C_{2v}^3
28	$Pma2$	C_{2v}^4
29	$Pca2_1$	C_{2v}^5
30	$Pnc2$	C_{2v}^6
31	$Pmn2_1$	C_{2v}^7
32	$Pba2$	C_{2v}^8
33	$Pna2_1$	C_{2v}^9
34	$Pnn2$	C_{2v}^{10}
35	$Cmm2$	C_{2v}^{11}
36	$Cmc2_1$	C_{2v}^{12}
37	$Ccc2$	C_{2v}^{13}
38	$Amm2$	C_{2v}^{14}
39	$Abm2$	C_{2v}^{15}
40	$Ama2$	C_{2v}^{16}
41	$Aba2$	C_{2v}^{17}
42	$Fmm2$	C_{2v}^{18}
43	$Fdd2$	C_{2v}^{19}
44	$Imm2$	C_{2v}^{20}
45	$Iba2$	C_{2v}^{21}
46	$Ima2$	C_{2v}^{22}
47	$Pmmm$	D_{2h}^1
48	$Pnnn$	D_{2h}^2
49	$Pccm$	D_{2h}^3
50	$Pban$	D_{2h}^4
51	$Pmma$	D_{2h}^5
52	$Pnna$	D_{2h}^6
53	$Pmna$	D_{2h}^7
54	$Pcca$	D_{2h}^8
55	$Pbam$	D_{2h}^9
56	$Pccn$	D_{2h}^{10}
57	$Pbcm$	D_{2h}^{11}
58	$Pnnm$	D_{2h}^{12}
59	$Pmmn$	D_{2h}^{13}
60	$Pbcn$	D_{2h}^{14}
61	$Pbca$	D_{2h}^{15}
62	$Pnma$	D_{2h}^{16}
63	$Cmcm$	D_{2h}^{17}
64	$Cmca$	D_{2h}^{18}
65	$Cmmm$	D_{2h}^{19}
66	$Cccm$	D_{2h}^{20}
67	$Cmma$	D_{2h}^{21}
68	$Ccca$	D_{2h}^{22}
69	$Fmmm$	D_{2h}^{23}
70	$Fddd$	D_{2h}^{24}
71	$Immm$	D_{2h}^{25}
72	$Ibam$	D_{2h}^{26}
73	$Ibca$	D_{2h}^{27}
74	$Imma$	D_{2h}^{28}

Tetragonal

75	$P4$	C_4^1	4
76	$P4_1$	C_4^2	
77	$P4_2$	C_4^3	
78	$P4_3$	C_4^4	
79	$I4$	C_4^5	
80	$I4_1$	C_4^6	
81	$P\bar{4}$	S_4^1	$\bar{4}$
82	$I\bar{4}$	S_4^2	
83	$P4/m$	C_{4h}^1	$\frac{4}{m}$
84	$P4_2/m$	C_{4h}^2	
85	$P4/n$	C_{4h}^3	
86	$P4_2/n$	C_{4h}^4	
87	$I4/m$	C_{4h}^5	
88	$I4_1/a$	C_{4h}^6	
89	$P422$	D_4^1	422
90	$P42_12$	D_4^2	
91	$P4_122$	D_4^3	
92	$P4_12_12$	D_4^4	
93	$P4_222$	D_4^5	
94	$P4_22_12$	D_4^6	
95	$P4_322$	D_4^7	
96	$P4_32_12$	D_4^8	
97	$I422$	D_4^9	
98	$I4_122$	D_4^{10}	
99	$P4mm$	C_{4v}^1	$4mm$
100	$P4bm$	C_{4v}^2	
101	$P4_2cm$	C_{4v}^3	
102	$P4_2nm$	C_{4v}^4	
103	$P4cc$	C_{4v}^5	
104	$P4nc$	C_{4v}^6	
105	$P4_2mc$	C_{4v}^7	
106	$P4_2bc$	C_{4v}^8	
107	$I4mm$	C_{4v}^9	
108	$I4cm$	C_{4v}^{10}	
109	$I4_1md$	C_{4v}^{11}	
110	$I4_1cd$	C_{4v}^{12}	
111	$P\bar{4}2m$	D_{2d}^1	$\bar{4}2m$
112	$P\bar{4}2c$	D_{2d}^2	
113	$P\bar{4}2_1m$	D_{2d}^3	
114	$P\bar{4}2_1c$	D_{2d}^4	
115	$P\bar{4}m2$	D_{2d}^5	
116	$P\bar{4}c2$	D_{2d}^6	
117	$P\bar{4}b2$	D_{2d}^7	
118	$P\bar{4}n2$	D_{2d}^8	
119	$I\bar{4}m2$	D_{2d}^9	
120	$I\bar{4}c2$	D_{2d}^{10}	
121	$I\bar{4}2m$	D_{2d}^{11}	
122	$I\bar{4}2d$	D_{2d}^{12}	
123	$P4/mmm$	D_{4h}^1	$\frac{4}{m}mm$
124	$P4/mcc$	D_{4h}^2	
125	$P4/nbm$	D_{4h}^3	
126	$P4/nnc$	D_{4h}^4	
127	$P4/mbm$	D_{4h}^5	
128	$P4/mnc$	D_{4h}^6	
129	$P4/nmm$	D_{4h}^7	
130	$P4/ncc$	D_{4h}^8	
131	$P4_2/mmc$	D_{4h}^9	
132	$P4_2/mcm$	D_{4h}^{10}	
133	$P4_2/nbc$	D_{4h}^{11}	
134	$P4_2/nnm$	D_{4h}^{12}	
135	$P4_2/mbc$	D_{4h}^{13}	
136	$P4_2/mnm$	D_{4h}^{14}	
137	$P4_2/nmc$	D_{4h}^{15}	
138	$P4_2/ncm$	D_{4h}^{16}	
139	$I4/mmm$	D_{4h}^{17}	
140	$I4/mcm$	D_{4h}^{18}	
141	$I4_1/amd$	D_{4h}^{19}	
142	$I4_1/acd$	D_{4h}^{20}	

Trigonal

143	$P3$	C_3^1
144	$P3_1$	C_3^2
145	$P3_2$	C_3^3
146	$R3$	C_3^4
147	$P\bar{3}$	C_{3i}^1
148	$R\bar{3}$	C_{3i}^2
149	$P312$	D_3^1
150	$P321$	D_3^2
151	$P3_112$	D_3^3
152	$P3_121$	D_3^4
153	$P3_212$	D_3^5
154	$P3_221$	D_3^6
155	$R32$	D_3^7
156	$P3m1$	C_{3v}^1
157	$P31m$	C_{3v}^2
158	$P3c1$	C_{3v}^3
159	$P31c$	C_{3v}^4
160	$R3m$	C_{3v}^5
161	$R3c$	C_{3v}^6
162	$P\bar{3}1m$	D_{3d}^1
163	$P\bar{3}1c$	D_{3d}^2
164	$P\bar{3}m1$	D_{3d}^3
165	$P\bar{3}c1$	D_{3d}^4
166	$R\bar{3}m$	D_{3d}^5
167	$R\bar{3}c$	D_{3d}^6

Hexagonal

168	$P6$	C_6^1
169	$P6_1$	C_6^2
170	$P6_5$	C_6^3
171	$P6_2$	C_6^4
172	$P6_4$	C_6^5
173	$P6_3$	C_6^6
174	$P\bar{6}$	C_{3h}^1
175	$P6/m$	C_{6h}^1
176	$P6_3/m$	C_{6h}^2
177	$P622$	D_6^1
178	$P6_122$	D_6^2
179	$P6_522$	D_6^3
180	$P6_222$	D_6^4
181	$P6_422$	D_6^5
182	$P6_322$	D_6^6
183	$P6mm$	C_{6v}^1
184	$P6cc$	C_{6v}^2
185	$P6_3cm$	C_{6v}^3
186	$P6_3mc$	C_{6v}^4
187	$P\bar{6}m2$	D_{3h}^1
188	$P\bar{6}c2$	D_{3h}^2
189	$P\bar{6}2m$	D_{3h}^3
190	$P\bar{6}2c$	D_{3h}^4
191	$P6/mmm$	D_{6h}^1
192	$P6/mcc$	D_{6h}^2
193	$P6_3/mcm$	D_{6h}^3
194	$P6_3/mmc$	D_{6h}^4

Cubique

195	$P23$	T^1
196	$F23$	T^2
197	$I23$	T^3
198	$P2_13$	T^4
199	$I2_13$	T^5
200	$Pm\bar{3}$	T_h^1
201	$Pn\bar{3}$	T_h^2
202	$Fm\bar{3}$	T_h^3
203	$Fd\bar{3}$	T_h^4
204	$Im\bar{3}$	T_h^5
205	$Pa\bar{3}$	T_h^6
206	$Ia\bar{3}$	T_h^7
207	$P432$	O^1
208	$P4_232$	O^2
209	$F432$	O^3
210	$F4_132$	O^4
211	$I432$	O^5
212	$P4_332$	O^6
213	$P4_132$	O^7
214	$I4_132$	O^8
215	$P\bar{4}3m$	T_d^1
216	$F\bar{4}3m$	T_d^2
217	$I\bar{4}3m$	T_d^3
218	$P\bar{4}3n$	T_d^4
219	$F\bar{4}3c$	T_d^5
220	$I\bar{4}3d$	T_d^6
221	$Pm\bar{3}m$	O_h^1
222	$Pn\bar{3}n$	O_h^2
223	$Pm\bar{3}n$	O_h^3
224	$Pn\bar{3}m$	O_h^4
225	$Fm\bar{3}m$	O_h^5
226	$Fm\bar{3}c$	O_h^6
227	$Fd\bar{3}m$	O_h^7
228	$Fd\bar{3}c$	O_h^8
229	$Im\bar{3}m$	O_h^9
230	$Ia\bar{3}d$	O_h^{10}

Les 230 Groupes d'espace

1	$P1$	C_1^1
2	$P\bar{1}$	C_i^1
3	$P2$	C_2^1
4	$P2_1$	C_2^2
5	$C2$	C_2^3
6	Pm	C_s^1
7	Pc	C_s^2
8	Cm	C_s^3
9	Cc	C_s^4
10	$P2/m$	C_{2h}^1
11	$P2_1/m$	C_{2h}^2
12	$C2/m$	C_{2h}^3
13	$P2/c$	C_{2h}^4
14	$P2_1/c$	C_{2h}^5
15	$C2/c$	C_{2h}^6
16	$P222$	D_2^1
17	$P222_1$	D_2^2
18	$P2_12_12$	D_2^3
19	$P2_12_12_1$	D_2^4
20	$C222_1$	D_2^5
21	$C222$	D_2^6
22	$F222$	D_2^7
23	$I222$	D_2^8
24	$I2_12_12_1$	D_2^9
25	$Pmm2$	C_{2v}^1
26	$Pmc2_1$	C_{2v}^2
27	$Pcc2$	C_{2v}^3
28	$Pma2$	C_{2v}^4
29	$Pca2_1$	C_{2v}^5
30	$Pnc2$	C_{2v}^6
31	$Pmn2_1$	C_{2v}^7
32	$Pba2$	C_{2v}^8
33	$Pna2_1$	C_{2v}^9
34	$Pnn2$	C_{2v}^{10}
35	$Cmm2$	C_{2v}^{11}
36	$Cmc2_1$	C_{2v}^{12}
37	$Ccc2$	C_{2v}^{13}
38	$Amm2$	C_{2v}^{14}
39	$Abm2$	C_{2v}^{15}
40	$Ama2$	C_{2v}^{16}
41	$Aba2$	C_{2v}^{17}
42	$Fmm2$	C_{2v}^{18}
43	$Fdd2$	C_{2v}^{19}
44	$Imm2$	C_{2v}^{20}
45	$Iba2$	C_{2v}^{21}
46	$Ima2$	C_{2v}^{22}
47	$Pmmm$	D_{2h}^1
48	$Pnnn$	D_{2h}^2
49	$Pccm$	D_{2h}^3
50	$Pban$	D_{2h}^4
51	$Pmma$	D_{2h}^5
52	$Pnna$	D_{2h}^6
53	$Pmna$	D_{2h}^7
54	$Pcca$	D_{2h}^8
55	$Pbam$	D_{2h}^9
56	$Pccn$	D_{2h}^{10}
57	$Pbcm$	D_{2h}^{11}
58	$Pnnm$	D_{2h}^{12}
59	$Pmmn$	D_{2h}^{13}
60	$Pbcn$	D_{2h}^{14}
61	$Pbca$	D_{2h}^{15}
62	$Pnma$	D_{2h}^{16}
63	$Cmcm$	D_{2h}^{17}
64	$Cmca$	D_{2h}^{18}
65	$Cmmm$	D_{2h}^{19}
66	$Cccm$	D_{2h}^{20}
67	$Cmma$	D_{2h}^{21}
68	$Ccca$	D_{2h}^{22}
69	$Fmmm$	D_{2h}^{23}
70	$Fddd$	D_{2h}^{24}
71	$Immm$	D_{2h}^{25}
72	$Ibam$	D_{2h}^{26}
73	$Ibca$	D_{2h}^{27}
74	$Imma$	D_{2h}^{28}
75	$P4$	C_4^1
76	$P4_1$	C_4^2
77	$P4_2$	C_4^3
78	$P4_3$	C_4^4
79	$I4$	C_4^5
80	$I4_1$	C_4^6
81	$P\bar{4}$	S_4^1
82	$I\bar{4}$	S_4^1
83	$P4/m$	C_{4h}^1
84	$P4_2/m$	C_{4h}^2
85	$P4/n$	C_{4h}^3
86	$P4_2/n$	C_{4h}^4
87	$I4/m$	C_{4h}^5
88	$I4_1/a$	C_{4h}^6
89	$P422$	D_4^1
90	$P42_12$	D_4^2
91	$P4_122$	D_4^3
92	$P4_12_12$	D_4^4
93	$P4_222$	D_4^5
94	$P4_22_12$	D_4^6
95	$P4_322$	D_4^7
96	$P4_32_12$	D_4^8
97	$I422$	D_4^9
98	$I4_122$	D_4^{10}
99	$P4mm$	C_{4v}^1
100	$P4bm$	C_{4v}^2
101	$P4_2cm$	C_{4v}^3
102	$P4_2nm$	C_{4v}^4
103	$P4cc$	C_{4v}^5
104	$P4nc$	C_{4v}^6
105	$P4_2mc$	C_{4v}^7
106	$P4_2bc$	C_{4v}^8
107	$I4mm$	C_{4v}^9
108	$I4cm$	C_{4v}^{10}
109	$I4_1md$	C_{4v}^{11}
110	$I4_1cd$	C_{4v}^{12}
111	$P\bar{4}2m$	D_{2d}^1
112	$P\bar{4}2c$	D_{2d}^2
113	$P\bar{4}2_1m$	D_{2d}^3
114	$P\bar{4}2_1c$	D_{2d}^4
115	$P\bar{4}m2$	D_{2d}^5
116	$P\bar{4}c2$	D_{2d}^6
117	$P\bar{4}b2$	D_{2d}^7
118	$P\bar{4}n2$	D_{2d}^8
119	$I\bar{4}m2$	D_{2d}^9
120	$I\bar{4}c2$	D_{2d}^{10}
121	$I\bar{4}2m$	D_{2d}^{11}
122	$I\bar{4}2d$	D_{2d}^{12}
123	$P4/mmm$	D_{4h}^1
124	$P4/mcc$	D_{4h}^2
125	$P4/nbm$	D_{4h}^3
126	$P4/nnc$	D_{4h}^4
127	$P4/mbm$	D_{4h}^5
128	$P4/mnc$	D_{4h}^6
129	$P4/nmm$	D_{4h}^7
130	$P4/ncc$	D_{4h}^8
131	$P4_2/mmc$	D_{4h}^9
132	$P4_2/mcm$	D_{4h}^{10}
133	$P4_2/nbc$	D_{4h}^{11}
134	$P4_2/nnm$	D_{4h}^{12}
135	$P4_2/mbc$	D_{4h}^{13}
136	$P4_2/mnm$	D_{4h}^{14}
137	$P4_2/nmc$	D_{4h}^{15}
138	$P4_2/ncm$	D_{4h}^{16}
139	$I4/mmm$	D_{4h}^{17}
140	$I4/mcm$	D_{4h}^{18}
141	$I4_1/amd$	D_{4h}^{19}
142	$I4_1/acd$	D_{4h}^{20}
143	$P3$	C_3^1
144	$P3_1$	C_3^2
145	$P3_2$	C_3^3
146	$R3$	C_3^4
147	$P\bar{3}$	C_{3i}^1
148	$R\bar{3}$	C_{3i}^2
149	$P312$	D_3^1
150	$P321$	D_3^2
151	$P3_112$	D_3^3
152	$P3_121$	D_3^4
153	$P3_212$	D_3^5
154	$P3_221$	D_3^6
155	$R32$	D_3^7
156	$P3m1$	C_{3v}^1
157	$P31m$	C_{3v}^2
158	$P3c1$	C_{3v}^3
159	$P31c$	C_{3v}^4
160	$R3m$	C_{3v}^5
161	$R3c$	C_{3v}^6
162	$P\bar{3}1m$	D_{3d}^1
163	$P\bar{3}1c$	D_{3d}^2
164	$P\bar{3}m1$	D_{3d}^3
165	$P\bar{3}c1$	D_{3d}^4
166	$R\bar{3}m$	D_{3d}^5
167	$R\bar{3}c$	D_{3d}^6
168	$P6$	C_6^1
169	$P6_1$	C_6^2
170	$P6_5$	C_6^3
171	$P6_2$	C_6^4
172	$P6_4$	C_6^5
173	$P6_3$	C_6^6
174	$P\bar{6}$	C_{3h}^1
175	$P6/m$	C_{6h}^1
176	$P6_3/m$	C_{6h}^2
177	$P622$	D_6^1
178	$P6_122$	D_6^2
179	$P6_522$	D_6^3
180	$P6_222$	D_6^4
181	$P6_422$	D_6^5
182	$P6_322$	D_6^6
183	$P6mm$	C_{6v}^1
184	$P6cc$	C_{6v}^2
185	$P6_3cm$	C_{6v}^3
186	$P6_3mc$	C_{6v}^4
187	$P\bar{6}m2$	D_{3h}^1
188	$P\bar{6}c2$	D_{3h}^2
189	$P\bar{6}2m$	D_{3h}^3
190	$P\bar{6}2c$	D_{3h}^4
191	$P6/mmm$	D_{6h}^1
192	$P6/mcc$	D_{6h}^2
193	$P6_3/mcm$	D_{6h}^3
194	$P6_3/mmc$	D_{6h}^4
195	$P23$	T^1
196	$F23$	T^2
197	$I23$	T^3
198	$P2_13$	T^4
199	$I2_13$	T^5
200	$Pm\bar{3}$	T_h^1
201	$Pn\bar{3}$	T_h^2
202	$Fm\bar{3}$	T_h^3
203	$Fd\bar{3}$	T_h^4
204	$Im\bar{3}$	T_h^5
205	$Pa\bar{3}$	T_h^6
206	$Ia\bar{3}$	T_h^7
207	$P432$	O^1
208	$P4_232$	O^2
209	$F432$	O^3
210	$F4_132$	O^4
211	$I432$	O^5
212	$P4_332$	O^6
213	$P4_132$	O^7
214	$I4_132$	O^8
215	$P\bar{4}3m$	T_d^1
216	$F\bar{4}3m$	T_d^2
217	$I\bar{4}3m$	T_d^3
218	$P\bar{4}3n$	T_d^4
219	$F\bar{4}3c$	T_d^5
220	$I\bar{4}3d$	T_d^6
221	$Pm\bar{3}m$	O_h^1
222	$Pn\bar{3}n$	O_h^2
223	$Pm\bar{3}n$	O_h^3
224	$Pn\bar{3}m$	O_h^4
225	$Fm\bar{3}m$	O_h^5
226	$Fm\bar{3}c$	O_h^6
227	$Fd\bar{3}m$	O_h^7
228	$Fd\bar{3}c$	O_h^8
229	$Im\bar{3}m$	O_h^9
230	$Ia3d$	O_h^{10}

Applications

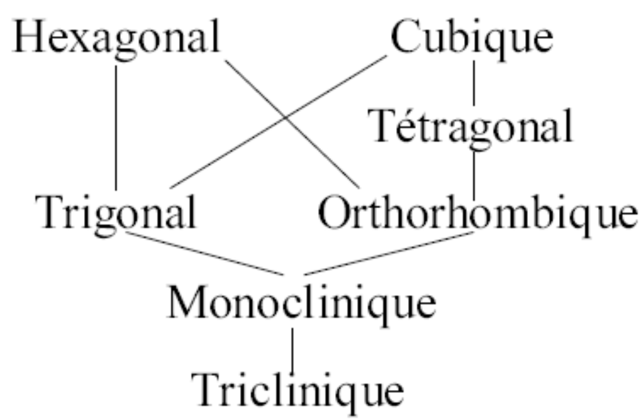
Transition de phase et Brisure de symétrie

D'après la théorie de Landau

S'il n'existe pas de relation de groupe entre les 2 phases la transition est du 1er ordre : transition discontinue
(la réciproque n'est pas vraie)

S'il y a une relation de groupe à sous groupe entre les deux phases la transition peut être du deuxième ordre

Relations entre les 7 systèmes



Applications

Propriétés physiques des cristaux

Principe de Curie :

L'effet est plus symétrique que la cause

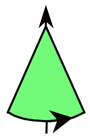
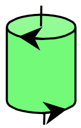
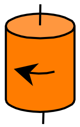
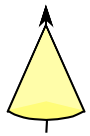
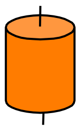
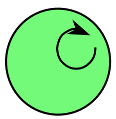
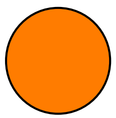
En clair :

Si G est le groupe de symétrie de l'effet et K celui de la cause on doit avoir

K est inclus dans G

On doit donc connaître le groupe de symétrie de la grandeur physique et la symétrie ponctuelle du cristal pour savoir si un effet peut ou ne peut pas avoir lieu dans un matériau donné.

Les 7 groupes limites de Curie

∞	 ∞	Cône tournant	Vecteur axial + polaire
$\infty 2$	 $\infty 2$	Cylindre tordu	Tenseur axial d'ordre 2
$\dfrac{\infty}{m}$	 ∞/m	Cylindre tournant	Vecteur axial (H,B,M)
∞m	 ∞m	Cône	Vecteur polaire (E, F)
$\dfrac{\infty}{m}m$	 ∞/mm	Cylindre	Tenseur polaire d'ordre 2 (susceptibilité)
$\infty\infty$	 $\infty\infty$	Sphère tournante	Scalaire axial (chiralité)
$\dfrac{\infty}{m}\dfrac{\infty}{m}$	 $\infty/m\infty/m$	Sphère	Scalaire polaire (pression, masse)

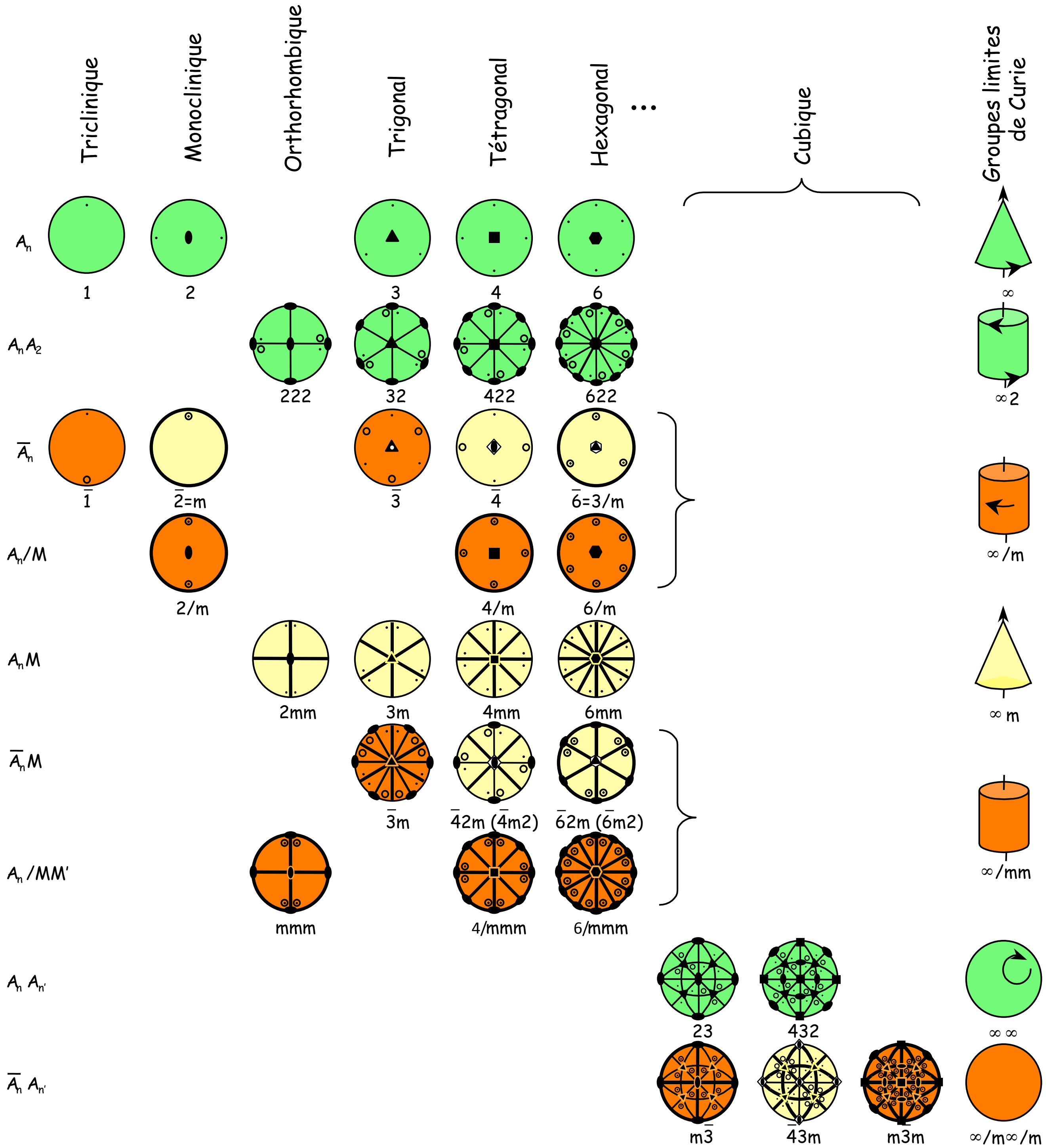
Les groupes ponctuels

- Classés par degré de symétrie
- Groupes limites de Curie

Chiraux, propres

Impropres

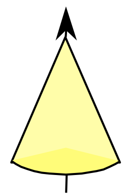
Centrosymétriques



Applications

Propriétés physiques des cristaux

Exemple : **Ferroélectricité**



Existence d'un moment dipolaire permanent
Symétrie du vecteur orienté

Groupe limite le cône non orienté ∞m

Les groupes ponctuels des cristaux présentant des propriétés ferroélectriques sont

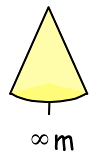
6mm, 4mm, 6, 3m, 3, 4, mm2, m, 2, 1
Ces groupes sont dits polaires

Applications

Propriétés physiques des cristaux

Exemple : piézoélectricité

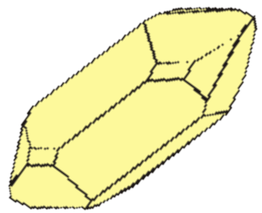
Effet recherché : polarisation ➔ classe de symétrie ∞m

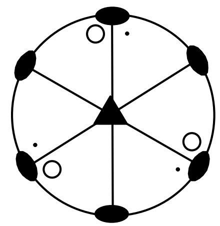


Cause : cristal + contrainte

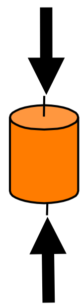
Exemple

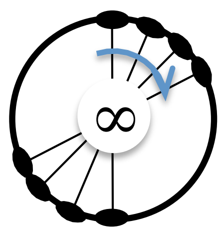
Quartz ➔ GE : $P3_121$ ➔ classe de symétrie 32





Contrainte uniaxiale ➔ classe de symétrie $\frac{\infty}{m}m$

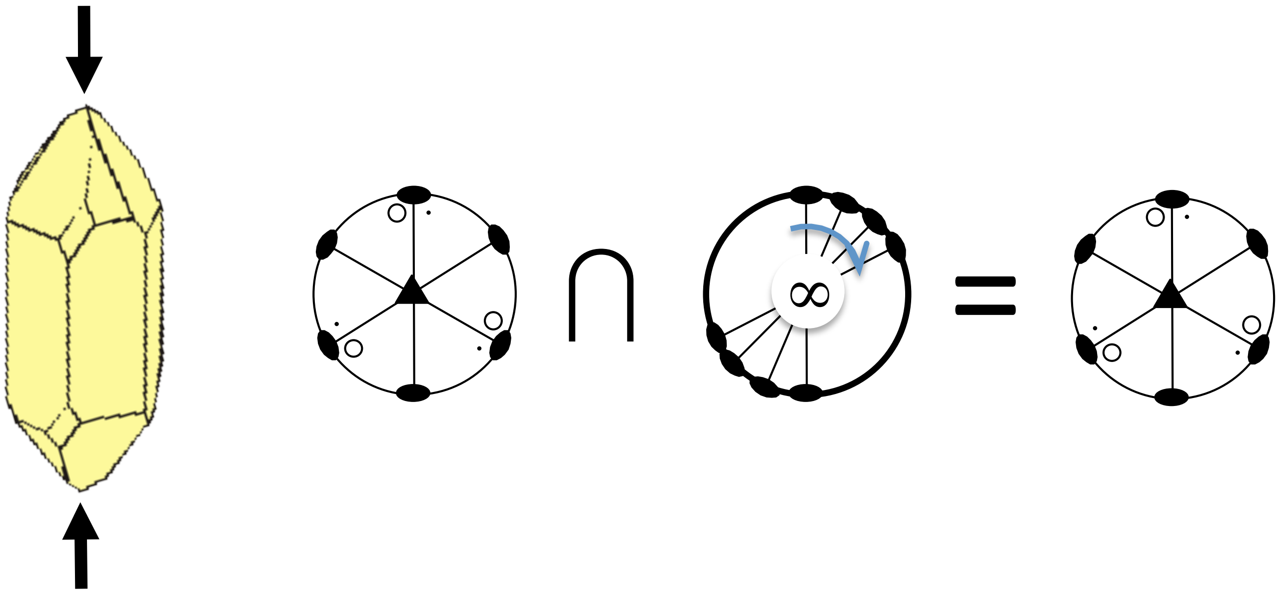




Applications

Propriétés physiques des cristaux

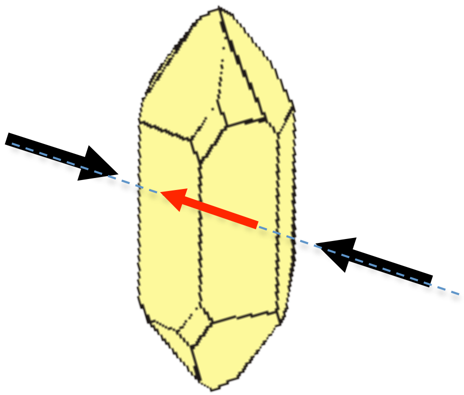
cas 1) contrainte appliquée suivant l'axe 3

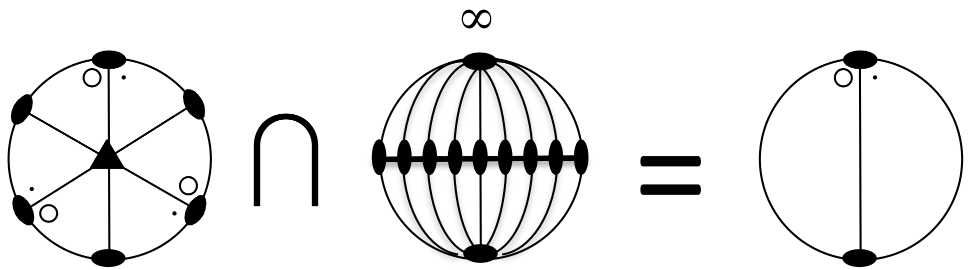


Applications

Propriétés physiques des cristaux

cas 2) contrainte appliquée suivant l'un des axe 2





Applications

Propriétés physiques des cristaux

cas 3) contrainte appliquée perpendiculairement à l'axe 3 et un axe 2.